



1. Aşağıdakilerden hangisinde "*" tanımlanan küme üzerinde bir ikili işlem belirtmez?

- A) Z^+ üzerinde $a * b = a - b$
B) Q üzerinde $a * b = ab + 1$
C) Q üzerinde $a * b = \frac{ab}{2}$
D) Z^+ üzerinde $a * b = 2^{ab}$
E) Z^+ üzerinde $a * b = a^b$

2. Aşağıdakilerden hangisi devirli bir gruptur?

- A) $Z_6 \oplus Z_2$ B) $Z_3 \oplus Z_6$ C) $Z_4 \oplus Z_5$
D) $Z_3 \oplus Z_{12}$ E) $Z_2 \oplus Z_2$

3. S_5 simetrik grubunda $f = (12354) \cdot (1354)$ permutasyonunun mertebesi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. Reel sayılar kümesinde bir F reel değerli fonksiyonu üzerinde $+$, $-$, \cdot ve o işlemleri tanımlansın.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) F üzerinde $+$ fonksiyon toplama birleşmeli değildir.
B) F üzerinde $-$ fonksiyon çıkarması değişmelidir.
C) F üzerinde $-$ fonksiyon çıkarması birleşmedir.
D) F üzerinde \cdot fonksiyon çarpımı değişmelidir.
E) F üzerinde o fonksiyon bileşkesi değişmelidir.

5. $Z_2 \times Z_3$ direkt çarpımı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(\bar{0}, \bar{0}), (\bar{0}, \bar{1})\}$
B) $\{(\bar{0}, \bar{0}), (\bar{0}, \bar{1}), (\bar{0}, \bar{2})\}$
C) $\{(\bar{0}, \bar{0}), (\bar{0}, \bar{1}), (\bar{0}, \bar{2}), (\bar{1}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{1}), (\bar{1}, \bar{2})\}$
D) $\{(\bar{1}, \bar{1}), (\bar{2}, \bar{2})\}$
E) $\{(\bar{0}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{1}), (\bar{2}, \bar{2})\}$

6. (Z_6, \oplus) grubunda 5 in mertebesi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

7. Aşağıdakilerden hangisi (Z_{15}, \oplus) devirli grubunun bir üretici değildir?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 7 E) 11

8. I. H, G nin ikili işlemine göre kapalıdır.
II. G nin e birim elemanı H dedir.
III. Her $a \in H$ için $a^{-1} \in H$ dir.

Bir G grubunun bir H alt kümesi G nin bir alt grubu olduğuna göre yukarıdaki numaralanmış ifadelerden hangileri daima doğrudur?

- A) I ve II B) Yalnız II C) II ve III
D) Yalnız III E) I, II ve III



9. G bir grup ve $a, b \in G$ olmak üzere aşağıdakilerden hangisi G grubunun abelyen grup olması için yeterli değildir?
- A) $(ab)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$
 B) $ab = ba$
 C) $(a \cdot b)^n = b^n \cdot a^n$
 D) $(ab)^2 = a^2 \cdot b^2$
 E) $x \in G$ için $x^2 = e$

12. $G = \langle a \rangle$, 18. mertebeden bir devirli grup olsun.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi G nin bir üreticidir?

- A) a^2 B) a^3 C) a^5 D) a^6 E) a^9

DÜZLEM

10. Aşağıdakilerden hangisi $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ nin 3 ü kapsayan en küçük alt grubudur?

- A) $H = \{k: k \in \mathbb{Z}\}$ B) $H = \{2k: k \in \mathbb{Z}\}$
 C) $H = \{3k: k \in \mathbb{Z}\}$ D) $H = \{k+1: k \in \mathbb{Z}\}$
 E) $H = \{2k+1: k \in \mathbb{Z}\}$

13. $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_5$ grubu aşağıdakilerden hangisine izomorf değildir?

- A) $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_5$ B) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{15}$ C) $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_6$
 D) \mathbb{Z}_{30} E) $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_{10}$

11. $G = \langle a \rangle$, 15. mertebeden bir devirli grup olsun.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi G nin alt gruplarının mertebesi olamaz?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 8 E) 15

14. Bir grubun kendisi ile bir izomorfizması grubun bir otomorfizmasıdır.

Buna göre \mathbb{Z}_6 grubunun otomorfizma sayısı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6



15. Z_{30} un 25 tarafından üretilen devirli alt grubunun eleman sayısı kaçtır?

- A) 25 B) 18 C) 9 D) 6 E) 4

18. Aşağıda verilen gruplardan hangisinin hiçbir aşikar olmayan öz alt grubu dışında alt grubu yoktur?

- A) Z_4 B) Z_5 C) Z_6 D) Z_8 E) Z_{12}

16. Mertebesi p asal sayısının bir kuvveti olan sonlu gruba " p -grup" denir. Eğer $|G| = mp^k$, $p \nmid m$ ise G nin p^k mertebeden her alt grubuna Sylow p -alt grubu denir.

Buna göre aşağıda mertebeleri verilmiş gruplardan hangisi mertebesi 630 olan bir grubun Sylow p -alt grubu olamaz?

- A) 2 B) 5 C) 9 D) 7 E) 3

19. 1. Sylow Teoremi : p bir asal sayı ve $p^k \mid |G|$, $k \geq 0$ ise G nin p^k mertebeden bir alt grubu vardır.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi 40. mertebeden bir grubun alt grup mertebesi olamaz?

- A) 2^1 B) 2^2 C) 2^3 D) 5^1 E) 5^2

www.ihityacyayincilik.com.tr

DÜZLEM

17. Aşağıdakilerden hangisi yalnız bir üretici olan devirli bir gruptur?

- A) Z_8 B) Z_6 C) Z_5 D) Z_3 E) Z_2

çözümler



1. Z^+ üzerinde tanımlı "*" işlemi ikili işlem belirtmez.

$\forall a, b \in Z^+$ için kapalılık özelliği sağlanmaz.

Örneğin;

$a = 1, b = 2$ için $1 * 2 = 1 - 2 = -1 \notin Z^+$ olduğundan ikili işlem değildir.

●BCDE

2. $Z_a \oplus Z_b$ grubunun devirli olması için $\text{ebob}(a, b) = 1$

olmalıdır. O hâlde

$Z_4 \oplus Z_5$, $\text{ebob}(4, 5) = 1$ olduğundan devirli gruptur.

AB●DE

3. $f = (12354) \cdot (1354)$

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{şeklindedir. } f \text{ i ayrı devirlerin çarpımı hâlinde}$$

yazalım.

$f = (15)(234)$ olur. Ayrı devirlerin çarpımlarının mertebesi ekoklarıyla bulunur. Yani

$\frac{(15)}{2} \frac{(234)}{3}$ olduğundan mertebesi $\text{ekok}(2, 3) = 6$ dir.

ABCD●

4. $F: R \rightarrow R$ fonksiyonu için

A) Fonksiyon toplamı birleşmelidir.

$F(x), h(x), q(x) \in F$ olsun.

$$q(x) + (f(x) + h(x)) = (g(x) + f(x)) + h(x)$$

olduğundan birleşmelidir.

B) "-" çıkarma işlemi F üzerinde değişmeli değildir.

Örneğin

$$f(x), q(x) \in F$$

$$f(x) = x + 2, q(x) = x + 3 \text{ olsun.}$$

$$f(x) - q(x) = -1, q(x) - f(x) = 1 \text{ olduğundan değişmeli değildir.}$$

C) F üzerinde fonksiyon çıkarması birleşmeli değildir.

D) "." fonksiyon çarpması değişmelidir.

$$f(x), q(x) \in F \text{ için } f(x) \cdot g(x) = g(x) \cdot f(x) \text{ dir.}$$

E) F üzerinde "o" bileşke işlemi değişmeli değildir.

$$f(x) = x^2, g(x) = x + 1 \text{ olsun.}$$

$$(f \circ g)(x) = (x + 1)^2$$

$$(g \circ f)(x) = x^2 + 1 \text{ olduğundan değişmeli değildir.}$$

AB●CDE

5. $Z_2 = \{\overline{0}, \overline{1}\}$ ve $Z_3 = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}\}$ olduğundan

$$Z_2 \times Z_3 = \{(\overline{0}, \overline{0}), (\overline{0}, \overline{1}), (\overline{0}, \overline{2}), (\overline{1}, \overline{0}), (\overline{1}, \overline{1}), (\overline{1}, \overline{2})\} \text{ dir.}$$

AB●BDE

6. (Z_6, \oplus) toplamsal grubunun birim elemanı 0 dir. Bu durumda

$$\underbrace{\overline{5} + \overline{5} + \dots + \overline{5}}_{n \text{ tane}} = n \cdot \overline{5} = 0 \text{ şartını sağlayan en küçük } n$$

bize 5 in mertebesini verir.

Bu şartı sağlayan en küçük n sayısı 6 olduğundan Z_6 toplamsal grubunda $\overline{5}$ in mertebesi 6 dir.

AB●CD●

7. $\text{ebob}(a, 15) = 1$ ifadesini sağlayan a sayıları Z_{15} in üreteçleridir. O hâlde $\text{ebob}(3, 15) = 3 \neq 1$ olduğundan 3, Z_{15} devirli grubunun üreteci olamaz.

A●CDE

8. G bir grup, $H \subset G$ olmak üzere H kümesinin G nin alt grubu olması için;

I. Her $a, b \in H$ için H, G nin ikili işlemine göre kapalıdır. (Doğru)

II. G nin birim elemanı H dedir. (Doğru)

III. Her $a \in H$ için $a^{-1} \in H$ dir. (Doğru)

şartlarını sağlamalıdır.

AB●CD●

9. G bir grup ve $a, b \in G$ için $(a \cdot b)^n = b^n \cdot a^n$ dir.

Abelyen grup olması için

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ olduğunu göstermesi gerekir. Bu yüzden C seçeneği abelyen grup olduğunu söylemek için yeterli değildir.

AB●BDE



çözümler

10. $\langle \mathbb{Z}, + \rangle$ nin 3 ü kapsayan alt grupları;

$$H = \{k: k \in \mathbb{Z}\} = \{-\infty, \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, \infty\}$$

$$H = \{3k: k \in \mathbb{Z}\} = \{-\infty, \dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots, \infty\}$$

$$H = \{k+1: k \in \mathbb{Z}\} = \{-\infty, \dots, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, \infty\}$$

$$H = \{(2k+1): k \in \mathbb{Z}\} = \{-\infty, \dots, -5, -3, 0, 1, 3, 5, \dots, \infty\}$$

şeklinde dir.

3 ü kapsayan en küçük alt grup ise $H = \{3k: k \in \mathbb{Z}\}$ dir.

(A) (B) (C) (D) (E)

11. Alt grubun mertebesi grubun mertebesini böler. Bu durumda 15 in bölenerleri alt grubun mertebesi olabilir.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 15 \\ \hline \end{array} \text{ olduğundan mertebe 8 olamaz.}$$

(A) (B) (C) (D) (E)

12. $\text{ebob}(a, 18) = 1$ ifadesini sağlayan a sayıları grubun üreteçleridir. $\text{ebob}(5, 18) = 1$ olduğundan $a^5 G$ nin bir üretecidir.

(A) (B) (C) (D) (E)

13. Kartezyen çarpımlarda grupların izomorf olması için indis sayılarının ikiye ikiye aralarında asal olması gerekir.

Bu durumda $Z_2 \times Z_3 \times Z_5$ grubu $Z_4 \times Z_6$ grubuna izomorf olamaz. ($\text{ebob}(4, 6) = 2$)

(A) (B) (C) (D) (E)

14. Otomorfizma olması için $Z_6 \rightarrow Z_6$ tanımlı olmalıdır.

$$Z_6 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\} \text{ olduğundan}$$

$$\langle \bar{1} \rangle = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$$

$$\langle \bar{5} \rangle = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$$

Z_6 nin kendisini veren otomorfizma sayısı 2 dir.

(A) (C) (D) (E)

15. Z_{30} un 25 tarafından üretilen alt grubun elemanları

$$n \cdot \bar{25} = \bar{0} \Rightarrow \{0, 6, 12, 18, 24, 30\} \text{ olduğundan eleman sayısı 6 dir.}$$

(A) (B) (C) (D) (E)

16. G bir grup $O(G) = 630$ olsun.

$630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ olduğundan G nin 2. mertebeden, 9. mertebeden, 5. mertebeden ve 7. mertebeden alt grupları vardır. Bu durumda p alt grubunun mertebesi 3 olamaz.

(A) (B) (C) (D) (E)

17. Z_8 in üreteçleri aralarında asal olan sayılardır. O hâlde $\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}$ ve $\bar{7}$ dir.

Z_6 nin üreteçleri $\bar{1}, \bar{5}$ dir.

Z_5 in üreteçleri $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$ tür.

Z_3 ün üreteçleri $\bar{1}, \bar{2}$ dir.

Z_2 nin üreteçleri sadece $\bar{1}$ dir.

(A) (B) (C) (D) (E)

18. Z_5 asal olduğundan $\{e\}$ (birim eleman) veya kendinden başka alt grubu yoktur.

(A) (C) (D) (E)

19. G bir grup ve $|G| = 40$ olsun.

$40 = 2^3 \cdot 5$ tir. Bu durumda teoreme göre

$$\begin{array}{cccc} 2 & 2^2 & 2^3 & 5^1 \\ \parallel & \parallel & \parallel & \parallel \\ |G|=40 & |G|=40 & |G|=40 & |G|=40 \end{array}$$

$5^2 \nmid 40$ olduğundan 5^2 alt grubun mertebesi olamaz.

(A) (B) (C) (D) (E)



1. Aşağıdakilerden hangisi Z_8 devirli grubunun üre-
teçlerinden biri değildir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

2. Z_{72} nin üreteçlerinin sayısı kaçtır?

- A) 12 B) 16 C) 18 D) 24 E) 32

3. I. $(Z, +)$
II. $(Q, +)$
III. $(R - \{0\}, \cdot)$
IV. $\{0\}$
V. (Z, \cdot)

Yukarıdakilerden kaç tanesi bir abelyen gruptur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. I. $a \Delta b = a^b$ işlemi ile (Z, Δ)
II. $a \Delta b = a + b + ab$ ile (R, Δ)
III. $a \Delta b = \frac{a+ab}{b-2}$ ile (Z^+, Δ)

Yukarıda verilenlerden hangileri Δ işlemine göre
bir gruptur?

- A) Yalnız II B) I ve II C) II ve III
D) I, II ve III E) Hiçbiri

5. I. $Q - \{0\}$ ve $R - \{0\}$ kümeleri adi çarpma işlemine
göre gruptur.
II. $G = \{1, -1\}$ kümesi çarpma işlemine göre mertebesi 2 olan değişmeli bir gruptur.
III. $G = \{1, i, -1, -i\}$ kümesi çarpma işlemine göre mertebesi 4 olan bir gruptur.

Aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

6. $M = \{a, b, c\}$ olsun buna göre $|S_3|$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

www.ihityacyayincilik.com.tr

DÜZLEM

7. Bir ABC eşkenar üçgeni için $\{A, B, C\}$ kümesinin permütasyonlarından hangisi ABC üçgeninin köşelerinin pozitif yönde 120° dönmesine karşılık gelir?

- A) $\begin{pmatrix} A & B & C \\ A & B & C \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} A & B & C \\ C & A & B \end{pmatrix}$
D) $\begin{pmatrix} A & B & C \\ A & C & B \end{pmatrix}$ E) $\begin{pmatrix} A & B & C \\ C & B & A \end{pmatrix}$

8. Bir ABCD karesinin köşeleri sırasıyla 1, 2, 3, 4 rakamları ile numaralanmaktadır.

$\{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin permütasyonlarından hangisi ABCD karesinin pozitif yönde 90° dönmesine karşılık gelir?

- A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$
E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$



9. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $(Z, +)$ grubu $(R, +)$ grubunun bir alt grubudur.
B) $(Q - \{0\}, \cdot)$ $(R, +)$ grubunun bir alt grubu değildir.
C) $\{0, 3\}$, Z_4 ün bir alt grubudur.
D) $(Q, +)$, $(C, +)$ nın bir alt grubudur.
E) $K = \{3kn : k \in Z\}$ kümesi $(R, +)$ nın alt grubudur.

10. I. $(Q, +)$ bir devirli gruptur.

II. $(Z_3 \times Z_4, +)$ grubu bir devirli gruptur.

III. $P(M)$ kümesi fonksiyonların bileşkesi işlemine göre bir gruptur ($M \neq \emptyset$)

Aşağıda verilenler ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) Yalnız I C) Yalnız II
D) II, III E) I, II, III

11. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $K = \{10, 15\}$ için $\langle K \rangle = 5Z$ dir.
B) Z de 3 ün ürettiği grup $\langle 3 \rangle = \{3n : n \in Z\}$
C) $(Q, +)$ bir devirli grup değildir.
D) $(Z_3 \times Z_4)$ bir devirli gruptur.
E) Z_{15} bir devirli gruptur.

12. S_5 te ayrı iki devirin çarpımı olarak ifade edilen $\beta = (1325) \cdot (2514)$ permütasyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

DÜZLEM

13. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ kümesindeki permütasyonlardan birisi $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 2 & 7 & 8 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ ise

β 'nin devirlerin çarpımı şeklinde gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (13) (45687) B) (31) (245) (678)
C) (124) (3576) D) (2134) 5786
E) (13) (426) (57)

14. $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 2 & 7 & 8 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

permütasyonunun 2 li devirlerin bir çarpımı olarak gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (135) (24) (67) B) (14) (17) (25) (28) 26) (23)
C) (12) (34) (56) (78) D) (18) (27) (36) (45)
E) (12) (13) (25) (27) (28) (35)

çözümler



1. Z_8 in üreteçleri 8 den küçük ve 8 ile aralarında asaldır. Buna göre 2 bir üreteç değildir.

(A) (B) (C) (D) (E)

2. 72 den küçük asal sayıların sayısı kadar üreteci vardır.

$$72 = 2^3 \cdot 3^2 \text{ ise } \phi(72) = 72 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$= 72 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 24 \text{ tane üreteç vardır.}$$

(A) (B) (C) (D) (E)

3. (Z, \cdot) bir grup değildir. $3^{-1} = \frac{1}{3} \notin Z$ dir.

Diğer verilenler bir abelyen gruptur.

(A) (B) (C) (D) (E)

4. I. Z kümesi Δ işlemine göre kapalı değildir.

$$2 \Delta (-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2} \in Z$$

- II. e birim eleman olsun

$$a \Delta e = a + e + ae = a$$

$$\Rightarrow e + ae = 0$$

$$\Rightarrow e(1 + a) = 0$$

$$\Rightarrow e = \frac{0}{1+a} \text{ olduğundan}$$

$a \neq -1$ olmalı. $(-1) \in R$ olduğundan her elemanın birimi yoktur. Grup değildir.

- III. Grup değildir. Çünkü $b = 2$ için tanımsızdır.

(A) (B) (C) (D) (E)

5. I ve II de verilen kümeler grup belirtme şartlarını sağladığından birer grupturlar. Ancak III te $b = 2$ için ifade tanımsız olduğundan grup değildir.

(A) (B) (C) (D) (E)

6. S_3 ün elemanları

$$f_1 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & b & c \end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a & c & b \end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & b & a \end{pmatrix}$$

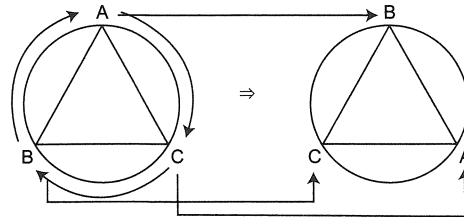
$$f_4 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \end{pmatrix}, f_5 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \end{pmatrix}, f_6 = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & a & c \end{pmatrix} \text{ dir.}$$

Buna göre $|S_3| = 6$ olur.

(A) (B) (C) (D) (E)

www.ihtiyacyayincilik.com.tr

- 7.

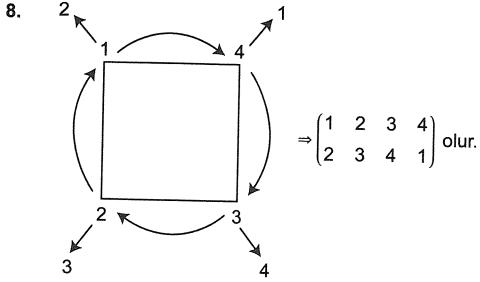


olur. Buna göre permütasyon $\begin{pmatrix} A & B & C \\ B & C & A \end{pmatrix}$ olur.

(A) (B) (C) (D) (E)



çözümler



(A) (C) (D) (E)

9. C seçeneği için
 $3 + 3 = 6 \notin \{0, 3\}$ $6 = 2 \notin \{0, 3\}$ olduğundan kapalılık özelliğini sağlamaz. $\{0, 3\}$ grup değildir. Bu yüzden Z_4 ün alt grubu olmaz.

(A) (B) (D) (E)

10. I. $(Q, +)$ bir devirli grup ise $Q = \langle \frac{k}{m} \rangle$ ve $(k, m) = 1$ olacak

şekilde $\frac{k}{m} \in Q$ olur. $\frac{k}{3m} = n \frac{k}{m}$ olacak şekilde $0 \neq n \in Z$

vardır. Buradan $\frac{1}{3} \in Z$ çelişkisi bulunur. $(Q, +)$ devirli grup değildir.

II. $Z_3 \times Z_4 = \langle (1, 1) \rangle$ olduğundan devirli gruptur.

III. Kümelerin birleşimi işlemi grup olma özelliklerini sağlar.

(A) (B) (C) (E)

11. $\forall \bar{k} \in Z_{15}$ için $(\bar{k})^4 = \bar{1}$ dir.
Fakat Z_{15} in mertebesi 8 dir.
 $(\varphi(15) = \varphi(3) \cdot \varphi(5) = 8)$
Bundan dolayı E seçeneği yanlıştır.

(A) (B) (C) (D) (E)

12. $(1325) \cdot (2514) \Rightarrow \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
ise $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$ bulunur.

(A) (B) (C) (D) (E)

13. $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 8 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ ise

$1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 8 \rightarrow 7$ olur. Buna göre $\beta = (13)(45687)$ şeklinde yazılabilir. Bu yazımda sıra önemli değildir.

(B) (C) (D) (E)

14. $\beta = (147)(25863)$
 $= (14)(17)(25)(28)(26)(23)$ şeklinde yazılabilir.

(A) (C) (D) (E)



1. Z_{24} ün 8 tarafından üretilen alt grubunun mertebesi kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. S_7 de $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 7 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

permütasyonunun ayrık devirlerin çarpımı olarak gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1374) (26) B) (1352) (47)
C) (2154) (367) D) (3471) (26)
E) (5741) (263)

3. I. $\{\overline{0}, \overline{1}, \overline{3}, \overline{5}\}$
II. $\{\overline{0}, \overline{2}, \overline{4}, \overline{6}\}$
III. $\{\overline{7}, \overline{2}, \overline{}\}$

Yukarıda verilenlerden hangileri Z_8 toplamsal grubunun alt grubudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

4. $Z_4 \times Z_6$ grubunun aşağıdaki elemanlarından hangisinin mertebesi 12 değildir?

- A) $(\overline{3}, \overline{4})$ B) $(\overline{3}, \overline{5})$ C) $(\overline{2}, \overline{5})$
D) $(\overline{1}, \overline{4})$ E) $(\overline{1}, \overline{5})$

5. $Z_2 \times Z_3$ devirli grubunun üreteçlerinden biri aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) $\langle\langle 0, 1 \rangle\rangle$ B) $\langle\langle 0, 2 \rangle\rangle$ C) $\langle\langle 0, 0 \rangle\rangle$
D) $\langle\langle 1, 0 \rangle\rangle$ E) $\langle\langle 1, 1 \rangle\rangle$

DOĞRU

6. Aşağıda verilen gruplardan hangisi devirli değildir?

- A) $Z_3 \times Z_{15}$ B) $Z_3 \times Z_8$ C) $Z_{12} \times Z_{13}$
D) $Z_2 \times Z_7$ E) $Z_5 \times Z_6$

7. $Z_4 \times Z_5 \times Z_6$ toplamsal grubunda $(2, 3, 4) \oplus (3, 4, 5)$ işleminin sonucu nedir?

- A) $(\overline{1}, \overline{2}, \overline{3})$ B) $(\overline{3}, \overline{3}, \overline{4})$ C) $(\overline{3}, \overline{0}, \overline{1})$
D) $(\overline{3}, \overline{2}, \overline{1})$ E) $(\overline{1}, \overline{4}, \overline{3})$

8. $Z_2 \times Z_2$ toplamsal grubunda mertebesi 4 olan kaç tane eleman vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4



9. $(\mathbb{C} - \{0\}, \cdot)$ çarpımsal grubunda $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ elemanının mertebesi kaçtır?

- A) 6 B) 12 C) 16 D) 18 E) 24

12. \mathbb{Z}_{36} grubunun kaç tane üretici vardır?

- A) 8 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

10. $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_6$ toplamsal grubunda $(2, 1, 3)$ elemanının mertebesi kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 10 D) 18 E) 24

13. \mathbb{Z}_{27} grubunda mertebesi 27 olan kaç tane eleman vardır?

- A) 20 B) 18 C) 16 D) 14 E) 12

www.ihityacyayincilik.com.tr

DÜZLEM

11. $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_4$ grubunda mertebesi 36 olan elemanlardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\bar{2}, \bar{2}, \bar{2})$ B) $(\bar{5}, \bar{3}, \bar{4})$ C) $(\bar{2}, \bar{4}, \bar{7})$
D) $(\bar{3}, \bar{5}, \bar{0})$ E) $(\bar{1}, \bar{1}, \bar{0})$

14. Mertebesi 24 olan bir devirli grubun kaç tane alt grubu vardır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 6



1. Z_{24} te $n \cdot \bar{8} = 0$ olacak şekilde bulunan en küçük n sayısına $\bar{8}$ in mertebesi denir.
 $n = 3$ için $3 \cdot \bar{8} = 0$ olur.
 Bu durumda $\bar{8}$ in Z_{24} te mertebesi 3 tür.

(A)●(B)●(D)●(E)

2. $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 5 & 7 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$

permütasyonda dikkat edilirse aşağıdaki devirlerin olduğu görülür.

$$1 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 7, 6 \rightarrow 6$$

Buna göre tek olanlar yazılmaz. (1352) (47) şeklinde olduğu görülür.

(A)●(C)●(D)●(E)

3. I. $\{\bar{0}, \bar{1}, \bar{3}, \bar{5}\}$ için kapalılık özelliği sağlanmadığından bir alt grup olamaz.
 $\bar{1} + \bar{3} = \bar{4}$
 II. $\{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}\}$ kapalılık özelliğini sağlar. Birim elemanı $\bar{0}$ dir ve her elemanın tersi vardır. Bundan dolayı Z_8 in bir alt grubudur.
 III. $\{\bar{7}, \bar{2}\}$ kapalılık özelliğini sağlamadığı için alt grup olamaz.
 Buna göre yalnız II alt gruptur.

(A)●(C)●(D)●(E)

4. $|(\bar{a}, \bar{b})| = \text{ekok}(|\bar{a}|, |\bar{b}|)$ dir.
 Buna göre

A) $|(\bar{3}, \bar{4})| = \text{ekok}(|\bar{3}|, |\bar{4}|) = \text{ekok}(4, 3) = 12$

B) $|(\bar{3}, \bar{5})| = \text{ekok}(|\bar{3}|, |\bar{5}|) = \text{ekok}(4, 6) = 12$

C) $|(\bar{2}, \bar{5})| = \text{ekok}(|\bar{2}|, |\bar{5}|) = \text{ekok}(2, 6) = 6$

D) $|(\bar{1}, \bar{4})| = \text{ekok}(|\bar{1}|, |\bar{4}|) = \text{ekok}(4, 3) = 12$

E) $|(\bar{1}, \bar{5})| = \text{ekok}(|\bar{1}|, |\bar{5}|) = \text{ekok}(4, 6) = 12$

(A)●(B)●(D)●(E)

5. $\langle (\bar{1}, \bar{1}) \rangle$, $Z_2 \times Z_3$ grubunun bir üreticidir.

$$Z_2 \times Z_3 = \{(\bar{0}, \bar{0}), (\bar{0}, \bar{1}), (\bar{0}, \bar{2}), (\bar{1}, \bar{0}), (\bar{1}, \bar{1}), (\bar{1}, \bar{2})\}$$

1. $(\bar{1}, \bar{1}) = (\bar{1}, \bar{1})$

2. $(\bar{1}, \bar{1}) = (\bar{0}, \bar{2})$

3. $(\bar{1}, \bar{1}) = (\bar{1}, \bar{0})$

4. $(\bar{1}, \bar{1}) = (\bar{0}, \bar{1})$

5. $(\bar{1}, \bar{1}) = (\bar{1}, \bar{2})$

6. $(\bar{1}, \bar{1}) = (\bar{0}, \bar{0})$

ise $\langle (\bar{1}, \bar{1}) \rangle = Z_2 \times Z_3$ olduğu görülür.

(A)●(B)●(C)●(D)●

6. $Z_m \times Z_n$ grubunun devirli olması için $\text{ebob}(m, n) = 1$ olmalıdır. Yani m ile n aralarında asal olması gerekir. Sadece A seçeneğinde verilen $Z_3 \times Z_{15}$ grubunda 3 ile 15 aralarında asal değildir. Bu yüzden $Z_3 \times Z_{15}$ devirli değildir.

●(B)●(C)●(D)●(E)

7. Bu toplama işleminde birinci bileşenler Z_4 ün elemanlarıdır.

Buna göre $3 + 2 = 5 \equiv \bar{1}$ dir.

İkinci bileşenler Z_5 in elemanlarıdır.

Buna göre $3 + 4 = 7 \equiv \bar{2}$ dir.

Üçüncü bileşenler Z_6 nın elemanlarıdır.

Buna göre $4 + 5 = 9 \equiv \bar{3}$ dir.

İşlemin sonucu $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3})$ olur.

●(B)●(C)●(D)●(E)



çözümler

8. $Z_2 \times Z_2 = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1)\}$ dir.

$(x, y) \in Z_2 \times Z_2$ olmak üzere $n \cdot (x, y) = (0, 0)$ olmasını sağlayan en küçük pozitif tam sayı 2 dir. Buna göre hiçbir elemanın mertebesi 4 olamaz.

●BCDE

9. $(C - \{0, +\})$ çarpımsal grubunun birim elemanı 1 dir. Buna göre

$$\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n = 1 \text{ şartını sağlayan en küçük } n \text{ pozitif tam sayısı } 12$$

dir. Buna göre bu sayının mertebesi 12 dir.

●ACDE

10. $n \cdot (2, 1, 3) = (0, 0, 0)$ olmalıdır.

$$Z_4 \text{ te } n \cdot \bar{2} = 0, \quad Z_5 \text{ te } n \cdot 1 = 0, \quad Z_6 \text{ te } n \cdot 3 = 0$$

$$Z_4 \text{ te } n \cdot \bar{2} = 0, \quad Z_5 \text{ te } n \cdot 1 = 0, \quad Z_6 \text{ te } n \cdot 3 = 0$$

$n \rightarrow$ çift $n \rightarrow$ 5 in katı $n \rightarrow$ çift
sayı olmalı sayı olmalı sayı olmalı

Buna göre n , 5 in katı olan en küçük çift sayı olmalı.

Bu durumda $n = 10$ olur.

●BDE

11. $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) \in Z_4 \times Z_3 \times Z_4$ olsun.

$$|(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})| = 36 \text{ ise}$$

$$\text{ekok}(|\bar{a}|, |\bar{b}|, |\bar{c}|) = 36 \text{ olmalı.}$$

Buna göre bu elemanlardan biri $(\bar{1}, \bar{1}, \bar{0})$ olabilir.

●ABCD

12. 36 dan küçük ve 36 ile aralarında asal olan sayıların sayısı kadar üretici vardır.

Euler formülünden

$$Q(36) = 36 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

$$= 36 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 12 \text{ tane üretici vardır.}$$

●ACDE

13. 27 den küçük ve 27 ile aralarında asal olan sayıların sayısı kadar terimin mertebesi 27 dir.

$$Q(27) = 27 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 27 \cdot \frac{2}{3} = 18 \text{ tanedir.}$$

●ACDE

14. Devirli bir grubun mertebesinin pozitif bölenlerinin sayısı kadar alt grubu vardır.

$$24 = 2^3 \cdot 3 \Rightarrow 4 \cdot 2 = 8 \text{ tane alt grubu vardır.}$$

●ABCE



1. Reel sayılar kümesi üzerinde tanımlı Δ işlemi

$$\frac{2}{x} \Delta 3^y = 2x + y - x \cdot y$$

olarak tanımlanıyor.

Buna göre $(4\Delta 9)$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ çözüm kümesi üzerinde tanımlı \bullet işlemi $x \bullet y = \min\{x, y\}$ olarak tanımlanıyor.

\bullet işleminin birim elemanı kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. Reel sayılar kümesi üzerinde

$$x \Delta y = x + y - xy$$

işlemi tanımlanıyor.

Bu işleme göre 3 elemanın tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

DOĞRU

4.

★	0	2	4	6	8
0	4	6	8	0	2
2	6	8	0	2	4
4	8	0	2	4	6
6	0	2	4	6	8
8	2	4	6	8	0

$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ kümesi üzerinde ★ işlemi yandaki tablo üzerinde tanımlanmıştır.

Verilenlere göre $(6 \star 8)^{-1} \star (0^{-1} \star 2)$ işleminin sonucu kaçtır? (a^{-1} : a sayısının ★ işlemine göre tersidir.)

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

5. Aşağıdaki işlemlerin hangisi Z tam sayılar kümesinde kapalılık özelliğini sağlar?

A) $x \Delta y = 2^x + 3^y$

B) $x \star y = \frac{x \cdot y}{2}$

C) $x \square y = \frac{x!}{y!}$

D) $x \circ y = x^2 - y^3 + x \cdot y$

E) $x \otimes y = \sqrt{x+y}$

6. Reel sayılar kümesi üzerinde tanımlanan Δ, \star, \square işlemleri için

I. $a \Delta b = |a - b| + 3$

II. $x \star y = x^y + y^x$

III. $m \square n = m \cdot n - m + n$

yukarıdakilerden hangisi veya hangileri değişme özelliğini sağlar?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II

- D) II ve III E) I, II ve III



DÜZLEM

7. Reel sayılar kümesinde tanımlı

$$x \Delta y = 3x + 3y + xy + 6$$

işleminde hangi elemanın tersi yoktur?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

8. $a \oplus b = \text{okek}(a, b)$

$$a \odot b = \text{obeb}(a, b)$$

işlemler için;

$(4 \odot 12) \oplus 36$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) 4 B) 9 C) 12 D) 36 E) 48

9. I. $\forall a, b \in G$ için $aob \in G$

II. $\forall a, b, c \in G$ için $(aob)oc = ao(boc)$

III. $\forall a, b \in G$ için $aob = boa$

IV. $\exists a^{-1} \in G \in \forall a \in G$ için $ea = a$

V. $\forall a \in G$ için $\exists a^{-1} \in G \in a^{-1}oa = e$

aksiyomlarından hangisi veya hangileri cebirsel bir yapının grup olması için şart değildir?

- A) Yalnız I B) Yalnız III C) I, II, III
D) II, IV, V E) I, II, IV, V

10. R gerçel ve Z tam sayılar kümesi olmak üzere aşağıdakilerden hangisi verilen işleme göre grup değildir?

- A) (Z^+, \cdot) , \cdot çarpma, Z^+ pozitif tam sayılar
B) $(Z, +)$, + toplama
C) $(3Z, +)$, + toplama
D) $(R, +)$, + toplama
E) (R^+, \cdot) , \cdot çarpma, $R^+ = R - \{0\}$

11. Z tam sayılar, Q rasyonel sayılar kümesi olmak üzere

- I. $(Z, +)$ değişmeli gruptur (+ toplama)
II. (Q, \cdot) değişmeli gruptur. (\cdot çarpma)
III. (Z, \cdot) değişmeli gruptur. (\cdot çarpma)

yukarıda verilenlerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I, II ve III

12. G bir grup;

$$x \in G \setminus \{e\}$$

$$x^{12} = x^2$$

olduğuna göre x in mertebesi kaç olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



13. $G = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$ kümesinin

$$(a,b) \star (c,d) = (ac, bc + d)$$

şeklinde tanımlı \star işlemi için;

- I. Kapalılık özelliğini sağlar.
- II. Birim elemanı vardır.
- III. Değişme özelliği vardır.

Yukarıda verilenlerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) I ve II
- D) II ve III
- E) I, II ve III

14. $\mathbb{Z}/4 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}\}$ kümesi üzerinde tanımlı toplama

(\oplus) işlemi için;

- I. Kapalılık özelliğini sağlar.
- II. Birleşme özelliğini sağlar.
- III. Bir gruptur.

Yukarıda verilenlerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) I ve II
- D) II ve III
- E) I, II ve III

15. Aşağıda verilenlerden hangisi \mathbb{R} (Reel sayılar kümesi)'nin bir alt grubu değildir?

- A) \mathbb{N} (doğal sayılar kümesi)
- B) \mathbb{Z} (tam sayılar kümesi)
- C) \mathbb{Q} (rasyonel sayılar kümesi)
- D) $\{\prod n : n \in \mathbb{Z}\}$
- E) $\{m + n\sqrt{2} : m, n \in \mathbb{Z}\}$

16. Sıfırdan farklı kompleks sayıların çarpımsal alt kümesi \mathbb{C}^* nın $\langle i \rangle$ devirli alt grubunun mertebesi kaçtır?

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 8
- E) 16



çözümler

1. $\frac{2}{x} \Delta 3^y \Rightarrow (4\Delta 9) = 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 2$
 $x = \frac{1}{2} \quad y = 2$

(A) (B) (C) (D) (E)

2. $x \bullet e = e \bullet x = x$ sağlayan e sayısı 6 dir.
 6 rakamı hangi rakamla işleme girerse girsün sonuca etki etmediği için birim elemandır.

$x \bullet y = \min\{x, y\}$ için;

$1 \bullet 6 = 1$	$6 \bullet 1 = 6$
$2 \bullet 6 = 2$	$6 \bullet 2 = 2$
$3 \bullet 6 = 3$	$6 \bullet 3 = 3$
$4 \bullet 6 = 4$	\vdots
$5 \bullet 6 = 5$	\vdots
$6 \bullet 6 = 6$	$6 \bullet 6 = 6$

(A) (B) (C) (D) (E)

3. $x \Delta y = x + y - xy$

$x \Delta e = x$

$x + e - xe = x$

$e \cdot (1 - x) = 0$

$e = 0$

$3 \Delta 3^{-1} = e \quad (3^{-1} = t \text{ olsun.})$

$3 \Delta t = e$

$3 + t - 3t = 0$

$t = \frac{3}{2}$

(A) (B) (C) (D) (E)

4. \star işleminin birim elemanı 6 dir.

$6 \star 8 = 8$

$(6 \star 8)^{-1} \star (0^{-1} \star 2) = \frac{8^{-1}}{4} \star \frac{(2 \star 2)}{8} = 6$

(A) (B) (C) (D) (E)

5. Her $x, y \in Z$ için $x \Delta y \in Z$ olmalıdır.

A) $x \Delta y = 2^x + 3^y \quad (-1) \Delta 0 = 2^{-1} + 1 = \frac{1}{2} + 1 \notin Z$

B) $x \star y = \frac{x \cdot y}{2} \quad 3 \star 5 = \frac{3 \cdot 5}{2} \notin Z$

C) $x \square y = \frac{x!}{y!} \quad 2 \square 3 = \frac{2!}{3!} = \frac{2}{6} \notin Z$

D) $x \circ y = x^2 - y^3 + x \cdot y$ her $x, y \in Z$ $x \circ y \in Z$ dir.

E) $x \otimes y = \sqrt{x+y} \quad 2 \otimes 3 = \sqrt{5} \notin Z$

(A) (B) (C) (D) (E)

6. I. $a \Delta b = |a - b| + 3 \Rightarrow |a - b| = |b - a|$
 $b \Delta a = |b - a| + 3 \Rightarrow$ olduğu için değişmelidir.

II. $x \star y = x^y + y^x \Rightarrow x^y + y^x = y^x + x^y$
 $y \star x = y^x + x^y \Rightarrow$ olduğu için değişmelidir.

I. $m \square n = m \cdot n - m + n \Rightarrow m \cdot n - m + n = n \cdot m - n + m$
 $n \square m = n \cdot m - n + m \Rightarrow 2n = 2m$
 $n = m$

koşulu dışında değişmeli değildir.

(A) (B) (C) (D) (E)

7. $x \Delta e = x \Rightarrow 3x + 3e + xe + 6 = x$

$e \cdot (3 + x) = -2x - 6$

$e \cdot (3 + x) = -2(x + 3)$

$(e + 2)(x + 3) = 0$

$x = -3$ elemanının tersi yoktur. Yoksa birim eleman olamaz.

(B) (C) (D) (E)

8. $\frac{(4 \circ 12)}{\text{obeb}(4,12)=4} \oplus 36 = \frac{(4 \circ 12)}{4} \oplus 36 = 4 \oplus 36$

$\text{okek}(4,36) = 36$

(A) (B) (C) (D) (E)

9. Cebirsel bir yapının grup olma şartı I, II, IV ve V tir.

(A) (B) (C) (D) (E)

10. Z^+ kümesinde çarpmaya göre birim eleman 1 dir. Fakat her elemanın tersi (Örnek: $2^{-1} = \frac{1}{2} \in Z^+$) alınmadığı için grup değildir.

(B) (C) (D) (E)



11. Z tam sayılar kümesi $+$ işlemine göre bir gruptur ve değişme özelliği vardır. (I. yargı doğru)

Q rasyonel sayılar kümesi \cdot işlemine göre grup oluşturmaz. Çünkü 0 sayısının tersi yoktur. (II. yargı yanlış)

Z tam sayılar kümesi \cdot işlemine göre grup değildir. Çünkü her elemanın tersi yoktur. (Örnek: $3^{-1} = \frac{1}{3} \notin Z$) (II. yargı yanlış)

●(B)(C)(D)(E)

12. $x \neq e$ ve $x^{12} = x^2$
 $\Rightarrow x^{10} = e \Rightarrow |x| \in \{2, 5, 10\}$

(A)(B)(D)(E)

13. $(a, b) \star (c, d) = (ac, bc + d)$ işlemi için
 I. $\forall a \in R$, ve $\forall c \in R$ için $a \cdot c \in R$ dir.
 $\forall b \in R$, ve $\forall d \in R$ için $b \cdot c + d \in R$ dir.
 O yüzden kapalılık özelliği sağlar. (I. yargı doğru)

- II. $(a, b) \star (e_1, e_2) = (a, b)$

$$(a \cdot e_1, b \cdot e_1 + e_2) = (a, b)$$

$$\begin{aligned} a \cdot e_1 &= a & b \cdot e_1 + e_2 &= b \\ e_1 &= e & b + e_2 &= b \\ & & e_2 &= 0 \end{aligned}$$

$(e_1, e_2) = (1, 0)$ birim elemanı vardır. (II. yargı doğru)

- III. $(a, b) \star (c, d) = (c, d) \star (a, b)$

$$(ac, bc + d) = (ca, da + b)$$

$ac = ca$ fakat

$bc + d \neq da + b$ (her zaman sağlayamayacağı için)

değişme özelliği yoktur.

(A)(B)(D)(E)

14. i. $\forall \bar{a}, \bar{b} \in Z/4$ için $a \oplus b \in Z/4$
 olduğu tablodan görülmektedir. Kapalılık özelliği sağlanır.

- ii. $\forall \bar{a}, \bar{b}, \bar{c} \in Z/4$ için

$$(\bar{a} \oplus \bar{b}) \oplus \bar{c} = \bar{a} \oplus (\bar{b} \oplus \bar{c}) \text{ birleşme sağlar.}$$

- iii. $\bar{a} \oplus \bar{0} = \bar{0} \oplus \bar{a} = \bar{a}$ olduğu için $\bar{0}$ etkisiz elemandır.

- iv. $Z/4$ te her elemanın tersi vardır.

$$\bar{0} \oplus \bar{0} = \bar{0}$$

$\bar{0}$ in tersi $\bar{0}$ dir.

$\bar{1} \oplus \bar{3} = \bar{3} \oplus \bar{1} = \bar{0}$ olduğu için $\bar{3}$ ün tersi $\bar{1}$ ve $\bar{1}$ in tersi $\bar{3}$ tür.

$$\bar{2} \oplus \bar{2} = \bar{0}$$

$\bar{2}$ nin tersi de $\bar{2}$ dir.

Tüm verilenler doğrudur.

(A)(B)(C)(D)(E)

15. G bir toplamsal grup, $H \subseteq G$ ve H sonlu ise $H \leq G$ olması için gerek ve yeter koşul

- i. $H \neq \emptyset$

- ii. $x, y \in H \rightarrow x + y \in H$ olmasıdır.

$N \not\leq R$ dir. Çünkü $N \subseteq R$ ve N, R nin ikili işlemlerine (toplamaya) göre kapalı olmakla beraber $(N, +)$ bir grup değildir. (Ters eleman özelliğini sağlamaz.)

●(B)(C)(D)(E)

16. C^* çarpımsal grubu için

$$\langle x \rangle = \{x^n : n \in Z\}$$

$$\langle i \rangle = \{i^n : n \in Z\} = \{1, -1, -i, i\} \text{ dir.}$$

O yüzden i nin mertebesi $|i| = 4$ tür.

(A)(B)(D)(E)



1. $G = \langle a \rangle$ 20. mertebeden bir devirli grup olduğuna göre G nin üreteçlerinin sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $K = \{a, b, c, d\}$ grubunun çarpım tablosu

•	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	b	a
d	d	c	a	b

verilmiştir.

- I. K grubu abelyen bir gruptur.
II. $\langle c \rangle = \{a, c, b, d\}$ K nın bir alt grubudur.
III. K grubu devirli bir grup değildir.

Yukarıda verilenlerden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

DÜZLEM

2. Z tam sayılar kümesi olmak üzere Z_{30} grubunun alt gruplarından $\langle 3 \rangle$ ün mertebesi kaçtır?

- A) 30 B) 15 C) 10 D) 6 E) 5

3. Z tam sayılar kümesinde Z_{40} ın alt gruplarının sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. (G, Δ) ve (H, \star) iki grup;

$f: G \rightarrow H$ bir fonksiyon olmak üzere

- I. $\forall a, b \in G$ için $f(a \Delta b) = f(a) \star f(b)$ dir.
II. f fonksiyonu çift fonksiyondur.
III. f fonksiyonu birebir ve örtendir.

f fonksiyonunun izomorfizma olması için yukarıdaki özelliklerden hangisi veya hangilerini sağlaması gerekir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) I, II ve III



DÜZLEM

6. $\Phi: G \rightarrow G'$ bir izomorfizma olsun
- G nin birim elemanının Φ altındaki görüntüsü, G' nün birim elemanıdır.
 - G devirli ise G' de devirlidir.
 - G abel grubu ise G' de Abel grubudur.
- yukarıda verilenlerden hangisi veya hangileri doğrudur?
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

7. Z_{18} kümesi içinde $\langle G \rangle = \{0, 6, 12\}$ nin tüm sol eş-kümeleri kaç tanedir?
- A) 3 B) 6 C) 9 D) 12 E) 15

8. Z içinde, $6Z = \{0, \pm 6, \pm 12, \dots\}$ alt grubu için aşağıda verilen eş küme eşleştirmelerinden hangisi yanlıştır?
- A) $7 + 6Z = 35 + 6Z$ B) $11 + 6Z = 17 + 6Z$
C) $1 + 6Z = 7 + 6Z$ D) $3 + 6Z = 9 + 6Z$
E) $5 + 6Z = 17 + 6Z$

9. G bir sonlu grup, $H \leq G$ ve G nin mertebesi $|G| = 65$ ise H nin mertebesi $|H|$ nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. I. G bir sonlu grup, $x \in G$ ise x in mertebesi G nin mertebesini böler.
II. Mertebesi bir asal sayı olan her grup devirli olmayabilir.
III. G bir sonlu grup, $|G| = m$ ise her $x \in G$ için $x^m = e$ dir.

Yukarıda verilenlerden hangisi veya hangileri doğrudur?

A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

11. S bir simetrik grup; n elemanlı simetrik grup S_n olmak üzere S_4 grubunun eleman sayısı kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 24



12. $S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 7 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

simetrik grubunun döngülerin (devirlerin) çarpımı olarak yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1356) (247) B) (3512) (467)
C) (123) (4567) D) (135) (2476)
E) (134) (2576)

13. S_8 simetrik grubunda

$$A = (13785624)$$

$$B = (1825) (3746)$$

grupları veriliyor.

Buna göre AB nin ayrık devirlere ayrılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (15384267) B) (17265348)
C) (12456738) D) (14378526)
E) (13572468)

14. $S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$

simetrik grubu için S^{-1} aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (12653) B) (13526) C) (26531)
D) (143265) E) (126543)

www.ihityacyayincilik.com.tr

DOĞRU

15. S_6 simetrik grubunda

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

için T^2 nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (134) (256) B) (1345) (26)
C) (143) (265) D) (14) (2356)
E) (124) (356)

16. S_7 simetrik grubunda

$$\alpha = (1257) \text{ ve } \beta = (246)$$

grupları veriliyor.

olduğuna göre $\alpha\beta\alpha^{-1}$ in değeri kaçtır?

- A) (124657) B) (465) C) (1367)
D) (246) E) (1752)



1. $|a| = 20$ olduğu için

NOT:

$$1 \leq a < n$$

$(a \cdot n) = 1$ olan a tam sayılarının sayısı $\Phi(n)$ dir.

$(m \cdot n) = 1$ ise $\Phi(m \cdot n) = \Phi(m) \cdot \Phi(n)$ dir.

$$\Phi(20) = \Phi(4) \cdot \Phi(5) = 2 \cdot 4 = 8$$

Bunlar $(r, 20) = 1$ ve $1 \leq r < 20$ olmak üzere a^r lerdir. Yani

$$G = \langle a \rangle = \langle a^3 \rangle = \langle a^7 \rangle = \langle a^9 \rangle = \langle a^{11} \rangle = \langle a^{13} \rangle = \langle a^{17} \rangle = \langle a^{19} \rangle \text{ dir.}$$

(A)(B)(C)(D)(E)

2. Z_{30} un alt grupları

$$\langle 0 \rangle = \{0\} \quad |\langle 0 \rangle| = 1$$

$$\langle 1 \rangle = \{0, 1, \dots, 29\} \quad |\langle 1 \rangle| = 30$$

$$\langle 2 \rangle = \{0, 2, 4, \dots, 28\} \quad |\langle 2 \rangle| = 15$$

$$\langle 3 \rangle = \{0, 3, \dots, 27\} \quad |\langle 3 \rangle| = 10$$

$$\langle 5 \rangle = \{0, 5, \dots, 25\} \quad |\langle 5 \rangle| = 6$$

$$\langle 6 \rangle = \{0, 6, \dots, 24\} \quad |\langle 6 \rangle| = 5$$

$$\langle 10 \rangle = \{0, 10, 20\} \quad |\langle 10 \rangle| = 3$$

$$\langle 15 \rangle = \{0, 15\} \quad |\langle 15 \rangle| = 2$$

(A)(B)(D)(E)

3. Alt grup sayısı da pozitif bölenlerin sayısıdır.

Yani $40 = 2^3 \cdot 5^1$ pozitif bölen sayısı $4 \cdot 2 = 8$ dir.

(A)(B)(C)(D)(E)

4. K grup tablosu ana diyagonale göre simetrik olduğu için abelyendir. (I. yargı doğru)

K'nın birim elemanı a dır. Alt grupları;

$$\langle a \rangle = \{a\}$$

$$\langle b \rangle = \{a, b\}$$

$$\langle c \rangle = \{a, c, b, d\} \text{ (II. yargı doğru)}$$

Ayrıca $\langle d \rangle = \{a, d, b, c\} = K$ olur.

Buradan K'nın devirli olduğu söylenebilir. (III. yargı yanlış)

(A)(B)(D)(E)

5. Bir fonksiyonun izomorfizma olması için I ve III. özellikleri sağlanması gerekir.

(A)(B)(C)(D)(E)

6. G ve G' nün birim elemanları sırasıyla e ve e' olsun.

$ee = e$ olduğundan

$$\Phi(e) \cdot \Phi(e) = \Phi(ee) = \Phi(e) = \Phi(e) \cdot e' \text{ dır.}$$

Böylece $\Phi(e) = e'$ olduğu görülür.

Dolayısıyla $\Phi(e)$, G' nün birim elemanıdır. (I. yargı doğru)

$\Phi: G \rightarrow G'$ izomorfizma olduğu için birebir ve örtendir.

$G = \langle a \rangle$ devirli, Φ örten, $\Phi(G) = G'$ yazalım.

$G = \{a^n : n \in \mathbb{Z}\}$ olup

$\Phi(G) = \{\Phi(a^n) : n \in \mathbb{Z}\}$ dir.

$$\Phi(a^n) = \underbrace{\Phi(a \dots a)}_{n \text{ tane}} = \underbrace{\Phi(a) \cdot \Phi(a) \dots \Phi(a)}_{n \text{ tane}} = \Phi(a)^n$$

$$G' = \Phi(G) = \{\Phi(a^n) : n \in \mathbb{Z}\}$$

$$= \{\Phi(a)^n : n \in \mathbb{Z}\}$$

$$= \langle \Phi(a) \rangle$$

olup G de devirlidir. (II. yargı doğru)

G abelyen ve Φ örten $x, y \in G'$

$x, y \in G' \rightarrow \Phi$ örten olduğundan $\exists a, b \in G$ için

$$\Phi(a) = x$$

$$\Phi(b) = y$$

$$xy = \Phi(a) \cdot \Phi(b)$$

$$= \Phi(ab)$$

$$= \Phi(ba) \text{ (G den abelyen)}$$

$$xy = \Phi(ba) = \Phi(b) \cdot \Phi(a)$$

$$= y \cdot x \text{ G' abelyen (III. yargı doğru)}$$

(A)(B)(C)(D)



çözümler

7. Z_{18} içinde $\langle 6 \rangle$ nin tam 6 sol eşkümesi vardır.

$$0 + 6Z_{18} = 6Z_{18}$$

$$1 + 6Z_{18}$$

$$2 + 6Z_{18}$$

$$3 + 6Z_{18}$$

$$4 + 6Z_{18}$$

$$5 + 6Z_{18}$$

(A) (C) (D) (E)

8. $7 + 6Z = 35 + 6Z$ yanlıştır.

$$35 \equiv 7 \pmod{6}$$

$$5 \not\equiv 1 \pmod{6}$$

$$7 \not\equiv 35$$

(B) (C) (D) (E)

9. $H \leq G$ ve G sonlu ise

$$|H| \mid |G| \text{ dir. } (|H|, |G| \text{ yi böler})$$

Bu durumda 65 in pozitif bölen sayısı

$$65 = 5^1 \cdot 13^1$$

$$2 \cdot 2 = 4 \text{ tür.}$$

(A) (B) (D) (E)

10. $x \in G$ için $|x| = |\langle x \rangle|$ dir. (I. yargı doğru)

$$|G| = p \text{ asal sayı olsun.}$$

$$x \in G \setminus \{3\} \text{ alalım.}$$

$$|\langle x \rangle| \neq 1 \text{ dir ve } |\langle x \rangle| \mid |G| = p$$

O hâlde $|\langle x \rangle| = p$ dolayısıyla $\langle x \rangle = G$ dir. G devirdir. (II. yargı yanlış)

$$x \in G, |x| = k \text{ ise } k \mid m \text{ dir.}$$

$$m = k \cdot d \text{ olsun.}$$

$$x^m = x^{kd} = (x^k)^d = e^d = e \text{ dir. (III. yargı doğru)}$$

(A) (B) (D) (E)

11. n elemanlı bir kümeden kendi üzerine birebir ve örten fonksiyon sayısı $n!$ olduğundan S_n grubunun eleman sayısı $n!$ dir.

$$S_4 \text{ için } 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ olur.}$$

(A) (B) (C) (D) (E)

12. $S = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 7 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

S^7 de

$$S(1) = 3$$

$$S(3) = 5$$

$$S(5) = 1 \text{ olduğu için } (135)$$

$$S(2) = 4$$

$$S(4) = 7$$

$$S(7) = 6$$

$$S(6) = 2 \text{ olduğu için } (2476)$$

$$(135)(2476)$$

(A) (B) (C) (D) (E)

13. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 7 & 1 & 6 & 2 & 8 & 5 \end{pmatrix} \circ B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 5 & 7 & 6 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 8 & 2 & 3 & 7 & 1 & 4 \end{pmatrix} = (15384267)$

(B) (C) (D) (E)

14. $S^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} = (12653)$ dir.

(B) (C) (D) (E)

15. $T = (154236)$ dir.

$$T^2 = TT = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$
$$= (143)(265)$$

(A) (B) (D) (E)

16. $\alpha = (1257)$

$$\beta = (246)$$

$$\alpha\beta\alpha^{-1} = (\alpha\beta)\alpha^{-1}$$

$$= (124657)(1752) = (465)$$

(A) (C) (D) (E)



DOĞRU

1. $(x-1)\Delta(y+3) = x \cdot y - x + 2$ tanımlı Δ işlemi için

$$x\Delta(y-1)$$

işleminin sonucu nedir?

- A) $xy - 4x + y - 2$ B) $xy - 5x - y - 3$
 C) $xy - 5x + y - 3$ D) $xy - x + 2$
 E) $xy + 4x - 3$

2. R^2 de tanımlı

$$(a, b)\Delta(c, d) = (ac, b + d)$$

işlemi veriliyor.

Buna göre " Δ " işleminin etkisiz elemanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 0) B) (0, 1) C) (-1, 1)
 D) (1, -1) E) (-1, 0)

3.
$$K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 7 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

simetrik grubunun ayrık devirlerin çarpımı olarak yazılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (123)(4567) B) (124)(3756)
 C) (124)(357) D) (135)(246)
 E) (124)(356)

4. S_5 simetrik grubunda

$$A = (15)(24) \text{ ve } B = (132)$$

devreleri veriliyor.

Buna göre AB nin ayrık devirlere ayrılışı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (12345) B) (13425) C) (43125)
 D) (14325) E) (15234)

5. $H = \langle a \rangle$, 12. mertebeden bir devirli grup ise H nin üreteçlerinin sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

6. $(A, *, \cdot)$

iki işlemli cebirsel yapısı için aşağıdakilerden hangisi halka, tamlık bölgesi ve cismin ortak özelliğidir?

- A) " \cdot " işlemi için sıfırdan farklı her elemanın tersi vardır.
 B) " \cdot " işleminin sıfır bölene yoktur.
 C) " \cdot " işleminin etkisiz elemanı vardır.
 D) " \cdot " işleminin değişme özelliği vardır.
 E) " \cdot " işleminin kapalılık özelliği vardır.

7. $(R, *)$

grubunun Abel grubu olması için aşağıdakilerden hangisini sağlaması gerekir?

- A) $a, b \in R$ ise $a * b \in R$
B) $a, b \in R$ için $a * b = b * a$
C) $\forall a, b, c \in R$ için $a * (b * c) = (a * b) * c$
D) $\forall a \in R$ için $\exists e \in R$ $a * e = e * a = a$
E) $\forall a \in R$ için $\exists a' \in R$ $a * a' = a' * a = a$

9. Aşağıdakilerden hangisi sayılamaz kümelere örnektir?

- A) Asal sayılar kümesi
B) Doğal sayılar kümesi
C) Tam sayılar kümesi
D) Doğal sayıların alt kümelerinin kümesi
E) Sayma sayıları kümesi

10. I. Tek sayılar kümesi
II. 5 ile bölündüğünde 1 kalanını veren doğal sayılar kümesi
III. Rasyonel sayılar kümesi

Yukarıda verilenlerden hangisi veya hangileri sayılabilir kümelere örnektir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II, III

DÜZLEM

8. Aşağıdakilerden hangisi sayılabilir kümelere örnektir?

- A) Gerçek (reel) sayılar
B) Karmaşık sayılar
C) Rasyonel sayılar
D) Tam sayılar
E) İrrasyonel sayılar

11. Bilinen "+" işlemine göre aşağıdakilerden hangisi bir grup belirtir?

- A) $\{1\}$ B) $\{1, -1\}$ C) $\{1, 0, -1\}$
D) $\{0\}$ E) $\{1, 0\}$



12. (Z, \cdot) cebirsel yapısının grup olmadığını göstermek isteyen öğrencinin aşağıdakilerden hangisini göstermesi yeterlidir?

A) $2 \cdot 3 = 6$ B) $0 \cdot 5 = 0$ C) $10 : 4 = 2,5$
 D) $2^{-1} = \frac{1}{2}$ E) $1^{-1} = 1$

15. I. Her grup bir halkadır.
 II. Her tamlık bölgesi bir cisimdir.
 III. Her tamlık bölgesi bir halkadır.

Yukarıdakilerden hangisi veya hangileri her zaman doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve III E) II ve III

13. $(R, +)$ ve $(R \setminus \{0\}, \cdot)$ grupları ve $f: R \rightarrow R \setminus \{0\}$ olmak üzere $f(x) = 3^x$ veriliyor.

- I. f bir grup homomorfizmasıdır.
 II. f bir izomorfizmadır.
 III. f bir monomorfizmadır.
 IV. f bir epimorfizmadır.

Buna göre yukarıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

14. (Z_{12}, \oplus, \odot)

halkasının sıfır bölenlerinin kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}\}$
 B) $\{\bar{0}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}\}$
 C) $\{\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{9}, \bar{10}\}$
 D) $\{\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{9}\}$
 E) $\{\bar{0}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{9}\}$

16. C karmaşık sayılar, R reel sayılar, Q rasyonel sayılar, Z tam sayılar ve N doğal sayılar olmak üzere aşağıdakilerden hangisi bir halka değildir?

- A) $(N, +, \cdot)$ B) $(Z, +, \cdot)$ C) $(Q, +, \cdot)$
 D) $(R, +, \cdot)$ E) $(C, +, \cdot)$



çözümler

1. $(x-1) \triangle (y+3) = x \cdot y - x + 2$ işleminde

$$x-1 \rightarrow x$$

$$x \rightarrow x+1$$

$$y+3 \rightarrow y-1$$

$$y \rightarrow y-4$$

x yerine $(x+1)$, y yerine $(y-4)$ yazılırsa

$$= (x+1) \cdot (y-4) - (x+1) + 2$$

$$= xy - 4x + y - 4 - x - 1 + 2$$

$$= xy - 5x + y - 3$$

(A) (B) (C) (D) (E)

2. $(a, b) \triangle (e_1, e_2) = (a, b)$

$$(a \cdot e_1, b + e_2) = (a, b)$$

$$a \cdot e_1 = a \quad b + e_2 = b$$

$$e_1 = 1 \quad e_2 = 0$$

$$(e_1, e_2) = (1, 0) \text{ dir.}$$

(B) (C) (D) (E)

3. $K(1) = 2$ $K(2) = 4$ $K(4) = 1$ (124)

$$K(3) = 5 \quad K(5) = 7 \quad K(7) = 3 \quad (357)$$

$K(6) = 6$ olduğu için yazmaya gerek yoktur.

(A) (B) (C) (D) (E)

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (1 \ 3 \ 4 \ 2 \ 5)$$

(A) (C) (D) (E)

5. $|a| = 12 \quad 1 \leq a < 12 \quad (a, 12) = 1$ olacak şekilde

$$a \text{ tam sayıları } \langle a^1 \rangle = \langle a^5 \rangle = \langle a^7 \rangle = \langle a^{11} \rangle$$

(A) (C) (D) (E)

6. A yalnız cisim olma özelliğidir.

B cisim ve tamlık bölgesinin özelliğidir.

C ve D cisim, tamlık bölgesi, birimli ve değişmeli halka özelliğidir.

E halka, tamlık bölgesi ve cisim için ortak özelliktir.

(A) (B) (C) (D) (E)

7. Abel (değişmeli) grup olması için B şikkını sağlaması gerekir. Diğer şıklar grup özelliğidir.

(A) (C) (D) (E)

8. Tam sayılarda her elemanın bir önceki ve bir sonraki elemanları bulunabildiğinde sayılabilir bir kümedir.

(A) (B) (C) (D) (E)



9. Doğal sayılar sayılabilir bir kümedir fakat alt kümelerin kümesi sayılamaz çokluktur.

(A) (B) (C) (D) (E)

10. Tek sayılar ve 5 ile bölümünden 1 kalan doğal sayılar sayılabilir, rasyonel sayılar sayılamaz kümelere örnektir.

(A) (B) (C) (D) (E)

11. Şıklarda verilen kümelerden $\{0\}$ haricindekiler; "+" işlemine göre kapalılık özelliğini sağlamazlar.

(A) (B) (C) (D) (E)

12. "." işlemi için $2^{-1} = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z}$ olduğundan (\mathbb{Z}, \cdot) bir grup olmaz.

(A) (B) (C) (D) (E)

13. $a, b \in \mathbb{R}$ için
 $f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$
 $3^{a+b} = 3^a \cdot 3^b$

sağladığından f bir grup homomorfizmasıdır.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad f(x) = 3^x$$

birebir ise monomorfizma (birebirdir)

örten ise epimorfizma (örten değildir)

hem bire bir hem örten ise izomorfizma (birebir ama örten değil)

I ve III doğrudur.

(A) (B) (D) (E)

14. \mathbb{R} bir halka olmak üzere $a, b \in \mathbb{R}$ ve $a \neq 0, b \neq 0$ iken $a \cdot b = 0$ ise a ve b ye halkanın sıfır bölenleri denir.

$\overline{2} \cdot \overline{6} = \overline{0}, \overline{3} \cdot \overline{4} = \overline{0}, \overline{8} \cdot \overline{9} = \overline{0}, \overline{6} \cdot \overline{10} = \overline{0}$ olduğundan sıfır bölenlerin kümesi $\{\overline{2}, \overline{3}, \overline{4}, \overline{6}, \overline{8}, \overline{9}, \overline{10}\}$ olur.

(A) (B) (D) (E)

15. Her cisim bir tamlık bölgesidir.
 Her sonlu tamlık bölgesi bir cisimdir.
 Her tamlık bölgesi bir halkadır.
 Her halka bir gruptur.

(A) (B) (D) (E)

16. Doğal sayılar kümesi bir grup oluşturmaz. Çünkü ters elemanları yoktur. 3 ün tersi $-3 \notin \mathbb{N}$
 Bu yüzden halka olmaz.

(B) (C) (D) (E)



1.

★	G	Ü	L	İ	Z
G		X			
Ü					
L	Y			Ü	L
İ					
Z					Z

$K = \{G, Ü, L, İ, Z\}$ kümesi \star işlemine göre değişmeli bir gruptur.

Buna göre $(X\star Y)^{-1}\star(X\star Z)$ işleminin sonucu nedir?

- A) G B) Ü C) L D) İ E) Z

2. Gerçek sayılar kümesinde $x\Delta y = 2x + y + 1$ işlemi tanımlanıyor.

$$(a\Delta 1) + (a\Delta 3) + (a\Delta 5) + \dots + (a\Delta 13) = 98$$

olduğuna göre a kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

3. S bir simetrik grup, n elemanlı simetrik grup S_n olmak üzere S_5 grubunun eleman sayısı kaçtır?

- A) 72 B) 84 C) 96 D) 100 E) 120

4. S_6 simetrik grubunda $G = (1423)(56)$ ve $H = (1342)$ olmak üzere $G^{-1}H$ nin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(1324)(56)$ B) $(123)(56)$
C) (123456) D) $(132)(65)$
E) $(123)(56)$

5. Z tam sayılar kümesi olmak üzere Z_{20} grubunun alt gruplarından $\langle 5 \rangle$ in mertebesi kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $R \neq \emptyset$ bir küme olsun. "+" toplama ve "." çarpma işlemleri R üzerinde tanımlanmış olsun.

Aşağıdaki şartlardan hangisi $(R, +, \cdot)$ iki işlemli cebirsel yapısının halka olması için şart değildir?

- A) Her $a, b \in R$ için $a + b = b + a$ dir.
B) $a, b \in R$ ise $a \cdot b \in R$ dir.
C) $a, b \in R$ ve $a \cdot b = e$ ise $a = e$ veya $b = e$ dir.
D) Her $a, b, c \in R$ için $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ dir.
E) Her $a, b, c \in R$ için $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$ dir.



DÜZLEM

7. (A, \star, \cdot) birimli ve değişmeli bir halkadır.

Aşağıdakilerden hangisi sağlama durumunda (A, \star, \cdot) bir tamlik bölgesi olur?

- A) $a, b \in A$ ve $a \cdot b = e$ ise $a = e$ veya $b = e$ dir.
 B) $a, b \in A$ ise $a \cdot b \in A$ dir.
 C) $\forall a, b, c \in A$ için $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
 D) $\forall a, b \in A$ için $a \star b = b \star a$
 E) $a, b \in A$ ise $a \star b \in A$

8. Aşağıdaki kümelerden hangisi sayılabilir bir kümedir?

- A) Karmaşık sayılar kümesi
 B) Ondalık sayılar kümesi
 C) İrrasyonel sayılar kümesi
 D) Çift sayılar kümesi
 E) Gerçek sayılar kümesi

9. I. $\mathbb{Z}/7$ de T kalan sınıflarının kümesi
 II. Pozitif rasyonel sayılar kümesi
 III. Negatif tam sayılar kümesi

Yukarıda verilen kümelerden hangisi veya hangileri sayılamaz kümelere örnektir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
 D) I ve II E) I ve III

10. Aşağıda verilen kümelerden hangisi sayılabilir sonsuz bir kümedir?

- A) Rakamlar kümesi
 B) Rasyonel sayılar kümesi
 C) İrrasyonel sayılar kümesi
 D) Reel sayılar kümesi
 E) Doğal sayılar kümesi

11. Aşağıdakilerden hangisi Abelyen bir grup değildir?

- A) $(\mathbb{Z}, +)$ (+) toplama
 B) $(\mathbb{Q}, +)$ (+) toplama
 C) (\mathbb{Z}, \cdot) (\cdot) çarpma
 D) $(\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot)$ (\cdot) çarpma
 E) $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ (\cdot) çarpma



12. G , H ve K birer grup olsun.

- I. $f: G \rightarrow H$ homomorfizma ise aynı zamanda izomorfizmadır.
- II. $f: G \rightarrow H$ izomorfizma ise $f^{-1}: H \rightarrow G$ de izomorfizmadır.
- III. $f: G \rightarrow H$, $g: H \rightarrow K$ izomorfizma ise $g \circ f: G \rightarrow K$ izomorfizmadır.

Yukarıda verilenlerden hangisi veya hangileri yanlıştır?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve III E) I, II ve III

13. $(\mathbb{Z}_{12}, \oplus, \odot)$ halkası için aşağıdaki ilişkilerden hangisi halkanın sıfır bölen özelliğini sağlamazlar?

- A) $2 \odot \bar{6}$ B) $0 \odot \bar{6}$ C) $\bar{10} \odot \bar{6}$
D) $8 \odot \bar{9}$ E) $3 \odot \bar{4}$

14. Aşağıda verilen halkalardan hangisinin sıfır böleni yoktur?

- A) \mathbb{Z}_{12} B) \mathbb{Z}_{10} C) \mathbb{Z}_8 D) \mathbb{Z}_7 E) \mathbb{Z}_6

15. I. Her cisim bir tamlık bölgesidir.
II. Her halka bir gruptur.
III. Her Abel grup bir cisimdir.

Yukarıda verilenlerden hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

16. I. $(\mathbb{R}, +, \cdot)$
II. $(\mathbb{C}, +, \cdot)$
III. $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$
IV. $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$

\mathbb{R} reel sayılar, \mathbb{C} karmaşık sayılar, \mathbb{Q} rasyonel sayılar ve \mathbb{Z} tam sayılar olmak üzere yukarıda verilenlerden kaç tanesi cisimdir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

çözümler



1.

★	G	Ü	L	İ	Z
G	Ü	L	İ	Z	G
Ü	L	İ	Z	G	Ü
L	İ	Z	G	Ü	L
İ	Z	G	Ü	L	İ
Z	G	Ü	L	İ	Z

$$X = L$$

$$Y = İ$$

$$Z = Z$$

$$(X \star Y)^{-1} \star (X \star Z) =$$

$$(L \star İ)^{-1} \star (L \star Z)$$

$$(Ü)^{-1} \star (L) = L \star L = G$$

etkisiz = Z

●BCDE

2.

$$a \triangle 1 = 2a + 1 + 1 = 2a + 2$$

$$a \triangle 3 = 2a + 3 + 1 = 2a + 4$$

$$a \triangle 5 = 2a + 5 + 1 = 2a + 6$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\frac{a \triangle 13 = 2a + 13 + 1 = 2a + 14}{14a + 56 = 98}$$

$$14a = 42$$

$$\boxed{a = 3}$$

AB●DE

3. n elemanlı bir kümeden n elemanlı bir kümeye bire bir ve örten fonksiyon sayısı n! olduğu için $5! = 120$ dir.

ABCD●

4.

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad G^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$G^{-1}H = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= (123) (56)$$

AC●DE

5. $\langle 5 \rangle = \{0, 5, 10, 15\}$ $|\langle 5 \rangle| = 4$

AC●DE

6. $(R, +, \cdot)$ ikili işleminin halka olma şartları A, B, D ve E şıklarında verilmiştir.

AB●DE

7. (A, \star, \cdot) halkasının bir tamlık bölgesi olması için $a \cdot b = e$ ise $a = e$ veya $b = e$ olmalıdır. Diğer şartlar zaten birimli ve değişmeli bir halkada sağlanır.

●BCDE

8. Çift sayılar kümesi $n \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $2n$ şeklindeki sayılardır. Tam sayıların bir alt kümesi olduğu için sayılabilir bir kümedir.

AB●CE



çözümler

9. I ve III tam sayılar kümesinin alt kümeleri olduklarında sayılabilir kümelerdir. II ise rasyonel sayıların bir alt kümesidir ve sayılamaz bir kümedir.

(A)●(C)(D)(E)

10. A şıkkı sonlu bir kümedir.
B, C ve D şıkları sayılamaz sonsuz kümelerdir.
E sayılabilir sonsuz bir kümedir.

(A)(B)(C)(D)●

11. (\mathbb{Z}, \cdot) bir grup değildir. Çünkü $3^{-1} \notin \mathbb{Z}$.
A, B, D ve E şıkları grup olma özelliklerini (kapalılık, birleşme, birim eleman, ters eleman) sağlar. Ayrıca Abelyendirler. (değişme özelliği)

(A)(B)●●(D)(E)

12. f bir homomorfizma ise grup işlemini korur fakat birebir ve örten olması şart değildir. O yüzden izomorfizmadır diyemeyiz (I yanlış).

Birebir ve örten bir fonksiyon tersi de 1 - 1 örtendir.

$h_1, h_2 \in H$ olsun. f , 1 - 1 ve örten olduğundan $f(g_1) = h_1$,

$f(g_2) = h_2$ olacak şekilde $g_1, g_2 \in G$ çifti vardır.

$f(g_1 \cdot g_2) = f(g_1) \cdot f(g_2) = h_1 \cdot h_2$

$\Rightarrow f^{-1}(h_1 \cdot h_2) = g_1 \cdot g_2 = f^{-1}(h_1) f^{-1}(h_2)$

homomorfizmayı sağlar. (II doğru)

Birebir ve örten iki fonksiyonun bileşkesi de 1 - 1 ve örtendir.

$(gof)(xy) = g(f(xy)) = g(f(x)f(y)) = g(f(x)) \cdot g(f(y)) = gof(x) \cdot gof(y)$

(III de doğru)

●(B)(C)(D)(E)

13. $a, b \in \mathbb{Z}_{12}$ için $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ iken $a \cdot b = 0$ oluyorsa a ve b sıfır bölenler olur.

$2 \odot 6 = 10 \odot 6 = 8 \odot 9 = 3 \odot 4 = \bar{0}$ sağlar.

$\bar{0} \odot \bar{6} = \bar{0}$ dir. Ancak $a \neq 0$, $b \neq 0$ özelliğini sağlamazlar.

(A)●(C)(D)(E)

14. p asalsa \mathbb{Z}_p nin sıfır bölenleri yoktur.

(A)(B)(C)●●(E)

15. Her cisim bir tamlık bölgesi, her tamlık bölgesi bir halka, her halka da grup olduğundan I ve II doğrudur. III yanlıştır.

(A)●●(C)(D)(E)

16. I, II ve III cisimdir fakat IV cisim değildir. Çünkü $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$ bir halka olmasına rağmen \mathbb{Z} çarpmaya göre abelyan bir grup olmadığı için cisim değildir.

(A)(B)(C)●●(E)



1. $A = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$

kümesindeki elemanları birer kez kullanarak yazılacak 7 karakterli şifrelerin kaçında harfler soldan sağa alfabetik sırada ve rakamlar da soldan sağa küçükten büyüğe doğru dizilmiştir?

- A) 84 B) 42 C) 35 D) 21 E) 15

2. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

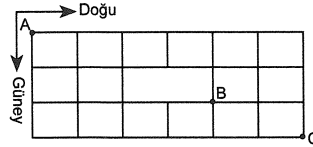
kümesinin elemanlarıyla yazılan dört basamaklı rakamları farklı çift sayılar küçükten büyüğe doğru sıralandığında baştan 281. sayı ne olur?

- A) 5102 B) 4012 C) 3018 D) 3012 E) 2840

5. Rakamları farklı dört basamaklı doğal sayıların kaçında yalnızca bir tane "1" rakamı kullanılmıştır?

- A) 1830 B) 1848 C) 1900 D) 1925 E) 1960

6.



Daima doğuya ya da güneye gitmek şartıyla A dan yola çıkan bir kişi rastgele seçtiği yollardan geçerek C noktasına ulaşıyor.

Buna göre bu kişinin B noktasından geçmiş olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{23}{56}$ B) $\frac{29}{56}$ C) $\frac{29}{68}$
D) $\frac{33}{68}$ E) $\frac{45}{68}$

UZAY

3. 0, 1, 3, 4, 5

rakamlarıyla yazılabilecek üç basamaklı rakamları farklı sayıların toplamı kaçtır?

- A) 1955 B) 2435 C) 2847
D) 2915 E) 3045

4.

S	Ü	L	E	Y	M
Ü	L	E	Y	M	A
L	E	Y	M	A	N

Yandaki kutucuklarda "S" harfinden başlayarak "SÜLEYMAN" kelimesi kaç farklı biçimde okunur?

- A) 10 B) 15 C) 18 D) 20 E) 21

7.

E	E	E	E	E	E	E
E	R	R	R	R	R	E
E	R	A	A	A	R	E
E	R	A	K	A	R	E
E	R	A	A	A	R	E
E	R	R	R	R	R	E
E	E	E	E	E	E	E

Yandaki şekildeki "K" harfinden başlayıp yatay, dikey yada çapraz yol izlemek şartıyla kaç farklı biçimde "kare" kelimesi okunur?

- A) 56 B) 60 C) 72 D) 80 E) 120

8. 4 özdeş kalem 6 kişiye kaç farklı biçimde dağıtılır?

- A) 144 B) 132 C) 126 D) 120 E) 112