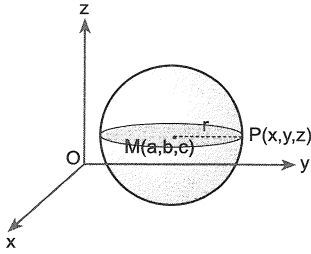
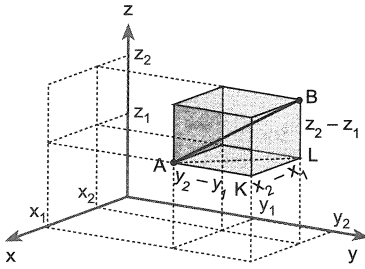
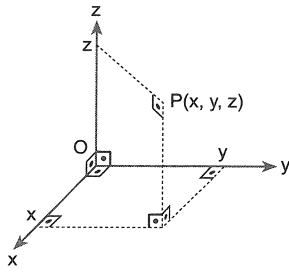


# BÖLÜM 2

## Uzayda Vektörler

### KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1.  $R^3$  te apsis, ordinat, kodu kavrar ve verilen bir noktanın yerini bulur.
2.  $R^3$  te iki nokta arasındaki uzaklığı bulur.
3. Kürenin denklemini yazar.
4. Küre olma koşulunu kavrar.
5.  $R^3$  te vektörü kavrar.
6. Verilen bir vektör ile aynı ve zıt yönlü birim vektörleri kavrar.
7.  $R^3$  te vektörlerin paralellliğini kavrar.
8.  $R^3$  te standart birim vektörü ve doğrusal bileşimi kavrar.
9.  $R^3$  te doğrusal bağımsız vektörleri ve  $R^3$  ün gerilmesini kavrar.
10.  $R^3$  te iç (skaler) çarpımı kavrar.
11. İki vektör arasındaki açıyı bulur.
12. İki vektörün dikliğini kavrar.
13. Bir vektörün diğer vektörler üzerindeki izdüşümünü bulur.
14.  $\vec{A} \times \vec{B}$  vektörünün yönünü belirler.
15.  $\vec{A} \times \vec{B}$  nin büyüklüğünü hesaplar.
16. Standart birim vektörlerin vektörel çarpımını bulur.
17. Vektörel çarpımın özelliklerini kavrar.
18. Determinantla  $\vec{A} \times \vec{B}$  yi bulur.
19.  $\vec{A} \times \vec{B}$  nin büyüklüğünün kenarları  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  olan paralelkenarın alanına eşit olduğunu fark eder.
20. Paralelyüzlünün hacmini hesaplar.



- Uzayda başlangıç noktası O (orijin) olan birbirine dik üç sayı ekseninin oluşturduğu sisteme **dik koordinat sistemi** denir. Sayı eksenlerinin herbirine **dik koordinat eksenleri**, bu koordinat sisteminin oluşturduğu uzaya da **analitik uzay** denir. Uzayda xOy, yOz, xOz düzlemlerine **koordinat düzlemleri** denir.

Uzayda bir P noktası  $P(x, y, z)$  biçiminde gösterilir.

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 apsis ordinat kod

- $A(x_1, y_1, z_1)$  ve  $B(x_2, y_2, z_2)$  noktaları arasındaki uzaklık

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$\vec{u} = [a, b, c]$  vektörünün **normu**:  $|\vec{u}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

$\vec{u}$  ile aynı yönlü birim vektör:  $\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$

- Merkezi  $M(a, b, c)$ , yarıçapı  $r$  birim olan kürenin denklemi:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

- Kürenin genel denklemi:  $x^2 + y^2 + z^2 + Dx + Ey + Fz + G = 0$

$\Delta = D^2 + E^2 + F^2 - 4G$  olmak üzere,

$\Delta < 0$  ise reel küre belirtmez;  $\Delta = 0$  ise nokta belirtir;  $\Delta > 0$  ise reel küre belirtir.

$$M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}, -\frac{F}{2}\right), \quad r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 + F^2 - 4G}$$

- $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{B} = (b_1, b_2, b_3)$  olsun.

$$\vec{A} + \vec{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$$

$$\vec{A} - \vec{B} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$$

$$k \cdot \vec{A} = (k \cdot a_1, k \cdot a_2, k \cdot a_3)$$

- $\vec{A} = [a_1, b_1, c_1]$ ,  $\vec{B} = [a_2, b_2, c_2]$  ve  $\vec{A} // \vec{B}$  ise  $k = \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

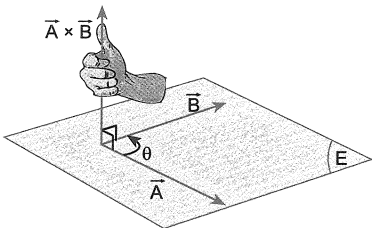
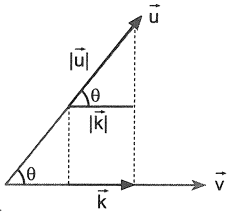
$$\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = \vec{A} \cdot \vec{B} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3 = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\theta$$

- $k_1, k_2, \dots, k_n$  gerçel sayılar ve  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$ ,  $R^3$  te vektörler olmak üzere,  $\vec{u} = k_1 \vec{v}_1 + k_2 \vec{v}_2 + \dots + k_n \vec{v}_n$  ise,  $\vec{u}$  vektörüne  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$  vektörlerinin **lineer (doğrusal) bileşimi** denir.

- $\vec{u}$  vektörünün  $\vec{v}$  vektörü doğrultusundaki dik izdüşüm vektörü  $\vec{k}$  olsun.  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörleri arasındaki açının ölçüsü  $\theta$  olsun.

$$|\vec{k}| = \begin{cases} \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}, & 0 < \theta < 90^\circ \text{ ise} \\ -\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}, & 90 < \theta < 180^\circ \text{ ise} \end{cases} \quad \vec{k} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v}$$

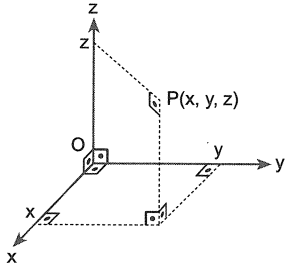
- $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin\theta$



## köşetaşı

- a)  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$ ,  $C(0, 0, 3)$ ,  $D(1, 2, 0)$ ,  $E(1, 2, 3)$  noktalarını analitik uzayda gösteriniz.  
 b)  $K(2, 0, 0)$ ,  $L(0, -1, 0)$ ,  $M(2, -1, 0)$ ,  $N(0, 0, 4)$ ,  $R(2, -1, 4)$  noktalarını analitik uzayda gösteriniz.

## açıklamalı çözüm



**UZAYDA KOORDİNAT SİSTEMİ:** Uzayda başlangıç noktası O (orijin) olan birbirine dik üç sayı ekseninin oluşturduğu sisteme dik koordinat sistemi denir.

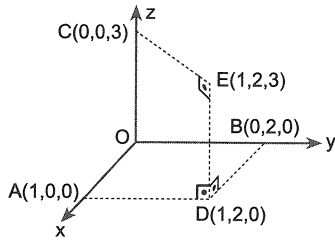
Sayı eksenlerinin herbirine **dik koordinat eksenleri**, bu koordinat sisteminin oluşturduğu uzaya da **analitik uzay** denir.

Uzayda  $xOy$ ,  $yOz$ ,  $xOz$  düzlemlerine **koordinat düzlemleri** denir.

Uzayda bir P noktası  $P(x, y, z)$  biçiminde gösterilir.

↓        ↓        ↓  
 apsis    ordinat    kod

a)



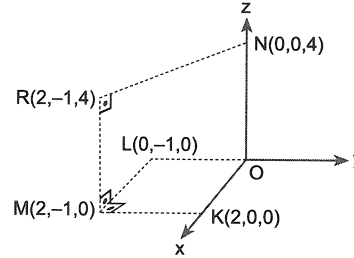
$A(1, 0, 0)$  noktası x ekseninde

$D(1, 2, 0)$  noktası  $xOy$  düzleminde

$E(1, \quad 2, \quad 3)$

↓        ↓        ↓  
 apsis    ordinat    kod

b)



$L(0, -1, 0)$  noktası y ekseninde

$M(2, -1, 0)$  noktası  $xOy$  düzleminde

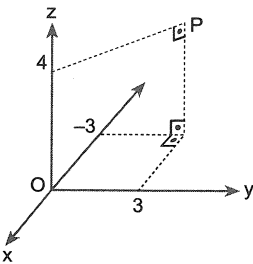
$R(2, \quad -1, \quad 4)$

↓        ↓        ↓  
 apsis    ordinat    kod

## 1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $A(-2, 3, 5)$  noktasının kodu 5 tir.  
 B)  $A(0, 2, -1)$  noktası  $yOz$  düzleminde.  
 C)  $A(1, 0, 4)$  noktası  $xOz$  düzleminde.  
 D)  $A(-2, 1, 2)$  noktası  $xOy$  düzleminde.  
 E)  $A(0, 0, 1)$  noktası z eksenindedir.

2.



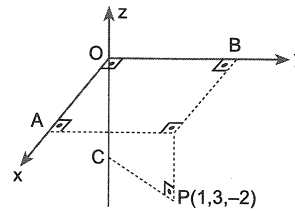
Grafiğe göre P noktası aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $P(3, 3, 4)$         B)  $P(-3, 4, 3)$         C)  $P(-3, 3, 4)$   
 D)  $P(3, -3, 4)$         E)  $P(4, 3, -3)$

## 3. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $A(-4, 0, 0)$  noktası x eksenindedir.  
 B)  $B(0, -1, 0)$  noktası y eksenindedir.  
 C)  $C(0, 0, 5)$  noktası z eksenindedir.  
 D)  $D(0, 2, 1)$  noktası  $yOz$  düzleminde.  
 E)  $E(1, 2, -4)$  noktası  $xOz$  düzleminde.

4.



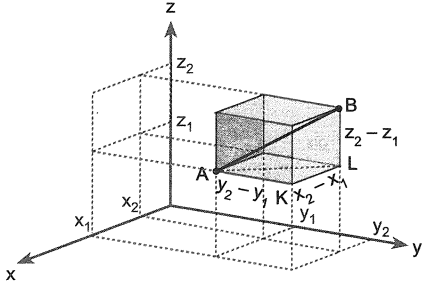
Grafiğe göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $A(1, 0, 0)$         B)  $B(0, 3, 0)$         C)  $C(0, 0, -2)$   
 D) P nin kodu -2 dir.        E) P nin apsisi 3 tür.

## köşetaşı

Uzayda P(4, 8, 5) noktasından 12 birim uzaklıkta ve z ekseninde bulunan noktaları bulunuz.

## açıklamalı çözüm



Uzayda  $A(x_1, y_1, z_1)$  ve  $B(x_2, y_2, z_2)$  noktaları arasındaki uzaklığı bulalım.

Yandaki şekilde noktaların izdüşümleri verilmiştir. Buna göre,

$$|KL| = x_2 - x_1, \quad |AK| = y_2 - y_1, \quad |BL| = z_2 - z_1 \text{ olur.}$$

$$|AL| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{|AL|^2 + |BL|^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \text{ dir.}$$

$A(x_1, y_1, z_1)$  ve  $B(x_2, y_2, z_2)$  noktaları arasındaki uzaklık

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \text{ dir.}$$

**Köşetaşının çözümü:**

z ekseninde bulunan nokta  $A(0, 0, a)$  olsun.

$$|PA| = \sqrt{(4-0)^2 + (8-0)^2 + (5-a)^2}$$

$$12^2 = 16 + 64 + (5-a)^2$$

$$(5-a)^2 = 64 \Rightarrow 5-a = 8 \text{ veya } 5-a = -8$$

$$a = -3 \quad a = 13$$

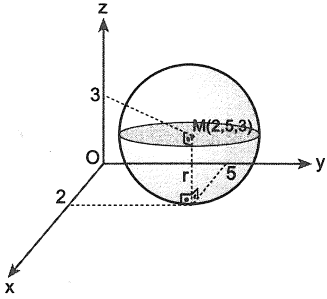
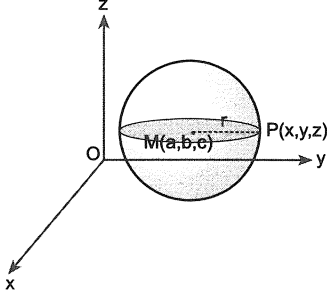
Aradığımız noktalar  $A_1(0, 0, -3)$ ,  $A_2(0, 0, 13)$  dür.

1.  $A(2, 1, 4)$   
 $B(1, -1, 2)$   
noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?  
A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 8
2.  $A(-2, 1, x)$   
 $B(2, 4, 6)$   
noktaları arasındaki uzaklık 13 birim olduğuna göre, x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?  
A) 7      B) 9      C) 12      D) 6      E) 18
3.  $A(12, y-2, 8)$  noktasının orijine uzaklığı 17 birim olduğuna göre, y nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?  
A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 9
4.  $A(1, 2, 0)$   
 $B(3, 4, 0)$   
 $C(6, 1, 0)$   
 $D(3, 4, 6)$   
noktaları uzayda tabanı dikdörtgen olan bir prizmanın dört köşesi olduğuna göre, cisim köşegeninin uzunluğu kaç birimdir?  
A)  $2\sqrt{15}$       B)  $\sqrt{62}$       C) 8      D)  $2\sqrt{17}$       E)  $6\sqrt{2}$

## köşetaşı

Merkezi  $M(2, 5, 3)$  olan ve  $xOy$  düzlemine teğet olan kürenin denklemini bulunuz.

## açıklamalı çözüm



Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesine küre denir.

Merkezi  $M(a, b, c)$ , yarıçapı  $r$  birim olan kürenin denklemini yazalım.

Kürenin üzerinde herhangi bir nokta  $P(x, y, z)$  olsun.

$$|MP| = r$$

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2} = r$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2 \text{ kürenin denklemdir.}$$

Not: Denklemi  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$  olan küre

$xOy$  düzlemine teğet ise  $r = |c|$

$xOz$  düzlemine teğet ise  $r = |b|$

$yOz$  düzlemine teğet ise  $r = |a|$

**Köşetaşının çözümü:**

Merkezi  $M(a, b, c)$  olan ve  $xOy$  düzlemine teğet olan kürenin yarıçapı  $r = |c|$  birimdir.

Buna göre, merkezi  $M(2, 5, 3)$  noktası olan ve  $xOy$  düzlemine teğet olan kürenin yarıçapı  $r = |3| = 3$  birimdir.

Kürenin denklemleri:

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 3^2$$

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 9 \text{ dur.}$$

1. Merkezi  $M(-2, 0, 4)$  ve yarıçapı 5 birim olan kürenin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(x+2)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 5$   
 B)  $(x-2)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 5$   
 C)  $(x+2)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 25$   
 D)  $(x-2)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 25$   
 E)  $(x-2)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 25$

2. Merkezi  $M(-1, 1, 2)$  olan ve  $P(0, 2, 5)$  noktasından geçen kürenin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$   
 B)  $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 11$   
 C)  $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$   
 D)  $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 11$   
 E)  $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 12$

3. Merkezi  $M(-4, -3, 2)$  ve  $xOz$  düzlemine teğet olan kürenin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(x+4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 4$   
 B)  $(x+4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 9$   
 C)  $(x+4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 16$   
 D)  $(x-4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$   
 E)  $(x-4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 16$

4.  $A(2, 2, -4)$  noktasından geçen ve koordinat düzlemlerine teğet olan kürenin denklemleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 4$   
 B)  $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 16$   
 C)  $(x+3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 9$   
 D)  $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 16$   
 E)  $(x+4)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 16$

## köşetaşı

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 10z + k = 0$$

denklemin küre belirttiğine göre,  $k$ 'nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

## açıklamalı çözüm

$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$  küre denklemini açalım.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + a^2 + b^2 + c^2 - r^2 = 0$$

$$D = -2a, \quad E = -2b, \quad F = -2c, \quad G = a^2 + b^2 + c^2 - r^2$$

olursa, denklem

$$x^2 + y^2 + z^2 + Dx + Ey + Fz + G = 0$$

şeklini alır.

$$\Delta = D^2 + E^2 + F^2 - 4G \text{ olmak üzere,}$$

I.  $\Delta < 0$  ise reel küre belirtmez.

II.  $\Delta = 0$  ise nokta belirtir.

III.  $\Delta > 0$  ise reel küre belirtir.

Denklem küre belirttiğinde,

$$\text{Kürenin merkezi: } M\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}, -\frac{F}{2}\right)$$

$$\text{Kürenin yarıçapı: } r = \frac{1}{2}\sqrt{D^2 + E^2 + F^2 - 4G}$$

Not:  $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$  olan küre  $xOy$ ,  $xOz$  ve  $yOz$  düzlemlerine teğet ise  $|a| = |b| = |c| = r$  dir.

Köşetaşının çözümü:

$$\text{I. Yol: } x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 10z + k = 0$$

$$D = 4, \quad E = -6, \quad F = 10, \quad G = k$$

$$\Delta = D^2 + E^2 + F^2 - 4G$$

$$= 16 + 36 + 100 - 4k$$

$$= 152 - 4k$$

Denklem küre belirttiğinden  $\Delta > 0$  olmalıdır.

$$152 - 4k > 0 \Rightarrow 38 > k \text{ olmalıdır.}$$

$$\text{II. Yol: } x^2 + 4x + y^2 - 6y + z^2 + 10z + k = 0$$

$$(x + 2)^2 - 4 + (y - 3)^2 - 9 + (z + 5)^2 - 25 + k = 0$$

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 5)^2 = 38 - k$$

Denklemin küre belirtmesi için yarıçapı sıfırdan büyük olmalıdır.

$$38 - k > 0 \Rightarrow 38 > k \text{ olmalıdır.}$$

Buna göre,  $k$  en çok 37 olabilir.

**Uyarı:** Düzlemde çember denkleminin benzerini uzayda küre için düşünebiliriz.

1. Uzayda denklemi

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z - 11 = 0$$

olan kürenin merkezinin koordinatları ve yarıçapının uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $M(2, 3, 1)$ ,  $r = 5$  birim  
 B)  $M(-2, -3, 1)$ ,  $r = 5$  birim  
 C)  $M(-2, -3, -1)$ ,  $r = 5$  birim  
 D)  $M(-2, 3, -1)$ ,  $r = 5$  birim  
 E)  $M(2, 3, -1)$ ,  $r = 5$  birim

2. Uzayda denklemi

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 6z - 3 = 0$$

olan kürenin yüzey alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?

- A) 16      B) 20      C) 36      D) 64      E) 80

(Kürenin yüzey alanı:  $4\pi r^2$ )

3. Uzayda denklemi

$$(2a - 1)x^2 + (a + 1)y^2 + (b - 1)z^2 - 3ax + 6bz - 57 = 0$$

olan kürenin hacmi kaç  $\pi$  birimküptür?

- A) 320      B) 296      C) 288      D) 256      E) 224

(Kürenin hacmi:  $\frac{4}{3}\pi r^3$ )

4. Uzayda

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y + m = 0$$

denklemin nokta belirttiğine göre,  $m$  kaçtır?

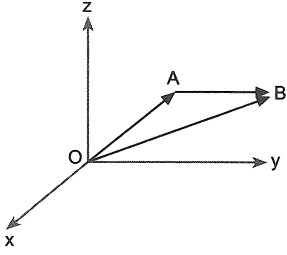
- A) 24      B) 20      C) 18      D) 16      E) 12

## köşetaşı

$$\vec{A} = (-1, 2, 3), \vec{B} = (1, 1, -2), \vec{C} = (3, -4, 1)$$

olduğuna göre,  $\vec{AB} + 2\vec{C}$  vektörünü bulunuz.

## açıklamalı çözüm



Analitik uzayda  $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$  vektöründen başlangıç noktası O (orijin), bitim noktası

$A(a_1, a_2, a_3)$  olan  $\vec{OA}$  vektörünü anlayacağız.

Şekilde  $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$

$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} \text{ dır.}$$

$\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{B} = (b_1, b_2, b_3)$  olsun.

$\vec{A} + \vec{B} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$  tür.

$\vec{A} - \vec{B} = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$  tür.

## VEKTÖRÜN BİR SABİT SAYI İLE ÇARPIMI

$k \in \mathbb{R}$  olmak üzere,  $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$  vektörünün bir  $k$  sayısı ile çarpımı  $k \cdot \vec{A} = (k \cdot a_1, k \cdot a_2, k \cdot a_3)$  tür.

$k > 0$  ise  $\vec{A}$  ile  $k\vec{A}$  aynı yönlüdür.

$k < 0$  ise  $\vec{A}$  ile  $k\vec{A}$  zıt yönlüdür.

Köşetaşının çözümü:

$$\begin{aligned} \vec{AB} &= \vec{B} - \vec{A} = (1, 1, -2) - (-1, 2, 3) \\ &= (1 - (-1), 1 - 2, -2 - 3) \\ &= (2, -1, -5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{AB} + 2\vec{C} &= (2, -1, -5) + 2(3, -4, 1) \\ &= (2 + 6, -1 - 8, -5 + 2) \\ &= (8, -9, -3) \text{ olur.} \end{aligned}$$

1.  $\vec{A} = [2, -1, -3]$   
 $\vec{B} = [1, 4, 0]$   
 olduğuna göre,  $2\vec{A} - \vec{AB}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $[5, -7, -9]$       B)  $[5, -9, -9]$       C)  $[5, -9, -7]$   
 D)  $[3, -5, -6]$       E)  $[3, -6, -5]$

2.  $\vec{A} = [0, -1, 4]$   
 $\vec{B} = [5, 1, 0]$   
 $\vec{C} = [2, 0, -2]$   
 olduğuna göre,  $\vec{A} + 2\vec{BC}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $[-6, 3, 0]$       B)  $[-6, -3, 0]$       C)  $[-6, 0, 3]$   
 D)  $[-6, 0, -3]$       E)  $[-6, 1, -3]$

3.  $\vec{A} = [1, -3, -4]$   
 $\vec{B} = [1, 2, 3]$   
 $\vec{C} = [0, -2, 1]$   
 $\vec{D} = [1, -1, 2]$   
 $\vec{AB} - 2\vec{C} = \vec{DE}$   
 olduğuna göre,  $\vec{E}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $[1, 7, 8]$       B)  $[1, 8, 6]$       C)  $[1, 8, 7]$   
 D)  $[2, 6, 8]$       E)  $[2, 8, 6]$

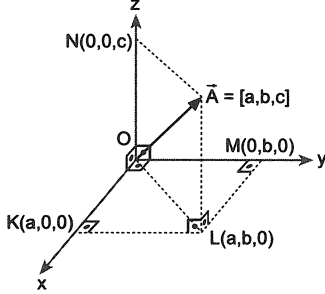
4.  $\vec{A} = [2, 4, 0]$   
 $\vec{B} = [5, 0, -1]$   
 $\vec{A} + 4\vec{B} = 2\vec{C}$   
 olduğuna göre,  $\vec{C}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $[11, 2, -1]$       B)  $[11, -1, 2]$       C)  $[11, -2, 2]$   
 D)  $[11, 2, -2]$       E)  $[11, 2, 0]$

## köşetaşı

$\vec{A} = [-2, 3, 4]$  vektörü ile

- a) aynı yönlü birim vektörü bulunuz.  
b) zıt yönlü birim vektörü bulunuz.

## açıklamalı çözüm



$\vec{A} = [a, b, c]$  vektörünün normunu (uzunluğu, boyu) bulalım.  
xOy düzleminde,

$$|OL|^2 = |OK|^2 + |KL|^2 = a^2 + b^2 \quad (|KL| = |OM|)$$

OAL dik üçgeninde,

$$|OA|^2 = |OL|^2 + |AL|^2 = (a^2 + b^2) + c^2$$

$$|OA| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ dir.}$$

Buna göre,  $\vec{A} = [a, b, c]$  vektörünün normu

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ dir.}$$

- $\vec{A}$  vektörünün normu 1 birim ise  $\vec{A}$  vektörüne birim vektör denir.

- $\vec{A}$  vektörü ile aynı yönlü birim vektör  $\frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|}$  olur.

- $\vec{A}$  vektörü ile zıt yönlü birim vektör  $-\frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|}$  olur.

Köşetaşının çözümü:

$$\|\vec{A}\| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29} \text{ birim}$$

- a)  $\vec{A}$  vektörü ile aynı yönlü birim vektör

$$\frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|} = \frac{1}{\sqrt{29}}[-2, 3, 4] = \left[ -\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{3}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}} \right]$$

- a)  $\vec{A}$  vektörü ile zıt yönlü birim vektör

$$-\frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|} = -\frac{1}{\sqrt{29}}[-2, 3, 4] = \left[ \frac{2}{\sqrt{29}}, -\frac{3}{\sqrt{29}}, -\frac{4}{\sqrt{29}} \right]$$

1.  $\vec{A} = [-1, 2, x]$

vektörünün uzunluğu  $\sqrt{14}$  birim olduğuna göre, x alabileceği değerlerden biri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3      B) 2      C) 1      D) -1      E) -2

2.  $\vec{A} = [-1, 1, 0]$

$$\vec{AB} = [3, 0, 1]$$

olduğuna göre,  $\vec{B}$  vektörü yönündeki birim vektör aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right]$       B)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}} \right]$

C)  $\left[ -\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}} \right]$       D)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right]$

E)  $\left[ \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right]$

3. Aşağıdakilerden hangisi birim vektör değildir?

- A)  $\vec{A} = [\cos\theta, 0, -\sin\theta]$   
B)  $\vec{B} = [0, \sin\theta, \cos\theta]$   
C)  $\vec{C} = [\log_2(\ln e^2), 0, \ln(\log_5 5)]$   
D)  $\vec{D} = [-1, 0, 1]$   
E)  $\vec{E} = [\log((\log_2 3)(\log_3 2)), (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1), 0]$

4.  $\vec{A} = [0, -1, 1]$ ,  $\vec{B} = [1, 0, -1]$ ,  $\vec{C} = [1, 3, 0]$

olduğuna göre,  $\vec{AB} + \vec{C}$  vektörünün zıt yönündeki birim vektör aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left[ -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right]$       B)  $\left[ \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}} \right]$

C)  $\left[ \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right]$       D)  $\left[ -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}} \right]$

E)  $\left[ -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}} \right]$

kareköt



## köşetaşı

$$\vec{A} = [2, -1, 3]$$

$$\vec{B} = [a + 1, b - 3, 6]$$

vektörleri paralel olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

## açıklamalı çözüm

$k \in \mathbb{R} - \{0\}$ ,  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  sıfırdan farklı vektörler olmak üzere,

$\vec{u} = k \cdot \vec{v}$  ise  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörlerine paralel vektörler denir.

$\vec{u} = [x_1, y_1, z_1]$ ,  $\vec{v} = [x_2, y_2, z_2]$  vektörleri verilsin.

$$\vec{u} // \vec{v} \text{ ise } k = \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} \text{ dir.}$$

Köşetaşının çözümü:

$$\vec{A} // \vec{B} \text{ ise } \frac{2}{a+1} = \frac{-1}{b-3} = \frac{3}{6} \text{ dir.}$$

$$\frac{2}{a+1} = \frac{3}{6} \quad \frac{-1}{b-3} = \frac{3}{6}$$

$$a = 3$$

$$b = 1$$

$a + b = 3 + 1 = 4$  bulunur.

1.  $\vec{u} = [12, a + 5, b - 3]$

$$\vec{v} = [4, -2, 1]$$

vektörleri paralel olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

A) -7      B) -6      C) -5      D) -4      E) -3

3.  $\vec{u} = [-1, 2, 3]$

$$\vec{v} = [x, \log(a + 1), 1]$$

$$\vec{z} = [8, 2, 2]$$

$\vec{u} // \vec{z}$  olduğuna göre,  $x + a$  toplamı kaçtır?

A) -5      B) -6      C) -7      D) -8      E) -9

2. A(1, 0, 2), B(-3, 1, 4) noktaları ile

$$\vec{u} = [a + 3, 2 - k, -8]$$
 vektörü veriliyor.

$\vec{AB}$  vektörü  $\vec{u}$  vektörüne paralel olduğuna göre,  $\vec{u}$  vektörünün normu kaç birimdir?

A)  $\sqrt{33}$       B)  $4\sqrt{21}$       C)  $6\sqrt{21}$

D)  $2\sqrt{33}$       E)  $4\sqrt{33}$

4.  $\vec{u} = [4\cos x, \sqrt{3}, \sqrt{3}]$

$$\vec{v} = [1, \sin x, a]$$

vektörleri birbirine paralel olduğuna göre, en küçük pozitif  $x$  açısı kaç derecedir?

A) 15      B) 30      C) 45      D) 60      E) 90

karekök

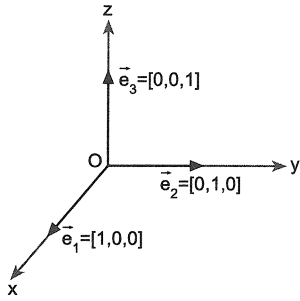
## köşetaşı

$\vec{v} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$  vektörünü

$$\vec{A} = \vec{e}_1 + \vec{e}_3, \quad \vec{B} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2, \quad \vec{C} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3$$

vektörlerinin lineer (doğrusal) bileşimi şeklinde yazınız.

## açıklamalı çözüm



$\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  uzayında, üzerinde bulunduğu eksen ile pozitif yönlü birim vektörlere, standart birim vektörler denir.

$$\vec{e}_1 = \vec{i} = [1, 0, 0], \quad \vec{e}_2 = \vec{j} = [0, 1, 0], \quad \vec{e}_3 = \vec{k} = [0, 0, 1] \text{ dir.}$$

## VEKTÖRLERİN LINEER (DOĞRUSAL) BİLEŞİMİ

$k_1, k_2, \dots, k_n$  gerçel sayılar ve  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n, \mathbb{R}^3$  te vektörler olmak üzere,

$\vec{u} = k_1\vec{v}_1 + k_2\vec{v}_2 + \dots + k_n\vec{v}_n$  ise,  $\vec{u}$  vektörüne  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$  vektörlerinin lineer (doğrusal) bileşimi denir.

Köşetaşının çözümü:

$$\vec{A} = \vec{e}_1 + \vec{e}_3 = [1, 0, 1], \quad \vec{B} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 = [3, 1, 0], \quad \vec{C} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 = [2, 2, -1]$$

$$\vec{v} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 = [1, 1, 1]$$

$$\vec{v} = a \cdot \vec{A} + b \cdot \vec{B} + c \cdot \vec{C}$$

$$[1, 1, 1] = a[1, 0, 1] + b[3, 1, 0] + c[2, 2, -1]$$

$$[1, 1, 1] = [a + 3b + 2c, b + 2c, a - c]$$

$$\left. \begin{array}{l} a + 3b + 2c = 1 \\ b + 2c = 1 \\ a - c = 1 \end{array} \right\} \text{ denklemin sistemi çözülürse } a = 2, b = -1, c = 1 \text{ bulunur.}$$

Buna göre,  $\vec{v} = 2\vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$  şeklinde yazılabilir.

1.  $\vec{v}_1 = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 = [1, 3, 0]$

$$\vec{v}_2 = \vec{e}_1 - \vec{e}_3 = [1, 0, 1]$$

$$\vec{v}_3 = 2\vec{e}_3 = [0, 0, 2]$$

$$\vec{v}_4 = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_3 = [3, 0, -1]$$

$$\vec{v}_5 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 5\vec{e}_3 = [-1, 1, 5]$$

Yukarıdaki yazılımlardan kaç tanesi doğrudur?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

2.  $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$

$$\vec{v} = -\vec{i} + \vec{k}$$

olduğuna göre,  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) [3, 1, -4]      B) [3, 1, -2]      C) [-3, -1, 4]  
D) [-3, -1, 2]      E) [-1, -3, 4]

3.  $\vec{u} = \vec{e}_1 + (a + 1)\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$   
 $\vec{v} = 3\vec{e}_1 - 6\vec{e}_2 + (b - 3)\vec{e}_3$   
 $\vec{u} \parallel \vec{v}$

olduğuna göre, a · b çarpımı kaçtır?

- A) -45      B) -27      C) -18      D) 27      E) 45

4.  $\vec{v} = 4\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$  vektörünün

$$\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$$

$$\vec{b} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

$$\vec{c} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_3$$

vektörlerinin lineer (doğrusal) bileşimi olarak ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$       B)  $3\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$   
C)  $3\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$       D)  $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$   
E)  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

kareköt

## köşetaşı

$$\vec{A} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3, \quad \vec{B} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_3, \quad \vec{C} = x\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$$

vektörleri  $x$  in hangi değeri için lineer (doğrusal) bağımlıdır?

## açıklamalı çözüm

$$\vec{A} = [a_1, a_2, a_3]$$

$$\vec{B} = [b_1, b_2, b_3]$$

$$\vec{C} = [c_1, c_2, c_3]$$

vektörleri verilsin.

$$\det(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = k \text{ olmak üzere}$$

$k = 0$  ise  $\vec{A}, \vec{B}$  ve  $\vec{C}$  vektörleri lineer (doğrusal) bağımlıdır. Bu vektörlerin düzlemsel olması anlamına gelir.

$k \neq 0$  ise vektörler lineer bağımsızdır.

**Uyarı:**  $\mathbb{R}^3$  teki lineer (doğrusal) bağımsız üç vektör  $\mathbb{R}^3$  ü gerer (örtür).

Köşetaşının çözümü:

$$\vec{A} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - \vec{e}_3 = [1, 2, -1]$$

$$\vec{B} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_3 = [2, 0, 4]$$

$$\vec{C} = x\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3 = [x, -4, 2]$$

$\vec{A}, \vec{B}$  ve  $\vec{C}$  lineer bağımlı olduğundan  $\det(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = 0$  olacaktır.

$$\det(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 2 & 0 \\ x & -4 & 2 & x & -4 \\ 0 & -16 & 8 & 0 & 8x & 8 \end{vmatrix}$$

$$= 0 + 8x + 8 - (0 - 16 + 8) = 8x + 16$$

$$8x + 16 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ dir.}$$

1.  $\vec{A} = [x, 4, 0]$

$$\vec{B} = [2, -1, 3]$$

$$\vec{C} = [2, -1, 0]$$

vektörleri lineer bağımsız olduğuna göre,  $x$  aşağıdaki değerlerden hangisini alamaz?

- A) 4      B) 2      C) -2      D) -4      E) -8

2.  $\vec{A} = [1, -1, 0]$

$$\vec{B} = [2, x, 0]$$

$$\vec{C} = [-1, 4, 2]$$

vektörleri lineer bağımlı olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

- A) 4      B) 2      C) -2      D) -4      E) -8

3.  $\vec{A} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_3$

$$\vec{B} = -2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

$$\vec{C} = 3\vec{e}_1 + x\vec{e}_3$$

vektörleri  $\mathbb{R}^3$  ü gerdığıne (örttüğüne) göre,  $x$  aşağıdaki değerlerden hangisi olamaz?

- A) 6      B) 4      C) 2      D) -4      E) -6

4.  $\vec{A} = 3\vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 6\vec{e}_3$

$$\vec{B} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 - 5\vec{e}_3$$

$$\vec{C} = -6\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + x\vec{e}_3$$

vektörleri  $\mathbb{R}^3$  ü germediğine göre,  $x$  kaçtır?

- A) -14      B) -12      C) -10      D) -8      E) -5

## köşetaşı

$\vec{A} = [2, 4, x]$ ,  $\vec{B} = [-3, -1, 2]$  vektörleri veriliyor.

$\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerinin skaler (iç) çarpımı  $-6$  olduğuna göre,  $x$  kaçtır?

## açıklamalı çözüm

$$\vec{A} = [a_1, a_2, a_3]$$

$$\vec{B} = [b_1, b_2, b_3]$$

olmak üzere, A ve B vektörlerinin skaler (iç) çarpımı

$\langle \vec{A}, \vec{B} \rangle = \vec{A} \cdot \vec{B} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$  olarak tanımlanır.

**Uyarı:** İki vektörün iç çarpımı bir vektör değildir.

Köşetaşının çözümü:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2 \cdot (-3) + 4 \cdot (-1) + x(2)$$

$$= -6 - 4 + 2x$$

$$= -10 + 2x$$

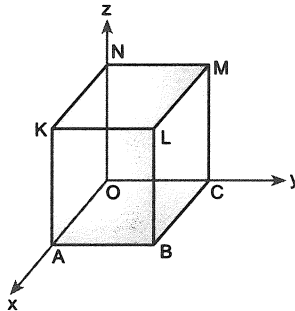
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = -6 \text{ olduğundan}$$

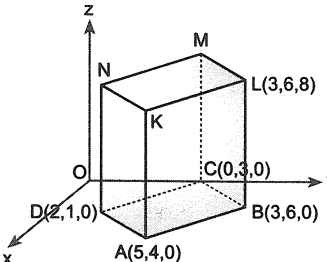
$$-10 + 2x = -6$$

$$x = 2 \text{ dir.}$$

1.  $\vec{A} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$   
 $\vec{B} = 4\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + x\vec{e}_3$   
 vektörlerinin iç çarpımı 18 olduğuna göre,  $x$  kaçtır?  
 A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 6

3.  $\vec{A} = 2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$   
 $\vec{B} = 2\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 3\vec{e}_3$   
 olduğuna göre,  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  iç çarpımı kaçtır?  
 A) -3      B) -4      C) -5      D) -7      E) -9

2.  Şekildeki dikdörtgenler prizmasında  
 $A(4, 0, 0)$   
 $B(4, 3, 0)$   
 $N(0, 0, 6)$   
 olduğuna göre,  $\vec{NC} \cdot \vec{KC}$  iç çarpımı kaçtır?  
 A) 9      B) 24      C) 27      D) 36      E) 45

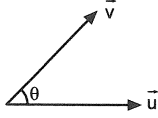
4.  Şekildeki ABCDKLMN dikdörtgenler prizmasıdır.  
 Buna göre,  $\vec{NB} \cdot \vec{DL}$  iç çarpımı kaçtır?  
 A) -38      B) -37      C) -36      D) -32      E) -24

## köşetaşı

$$\vec{v} = [1, 2, \sqrt{11}]$$

vektörü ile y eksenini arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

## açıklamalı çözüm



$\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörleri arasındaki açının ölçüsü  $\theta$  olsun.

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  dir.

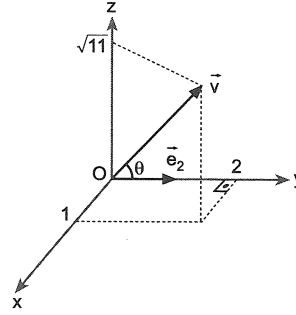
$\theta = 0^\circ$  ise  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörleri aynı yönlüdür.

$\theta = 180^\circ$  ise  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörleri zıt yönlüdür.

$\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörlerinin skaler (iç) çarpımı

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \theta \text{ dir.}$$

Köşetaşının çözümü:



Oy üzerindeki

$$\vec{e}_2 = (0, 1, 0)$$

birim vektörünü alalım.

$\vec{v}$  vektörü ve  $\vec{e}_2$  arasındaki açının ölçüsü  $\theta$  olsun.

$$\vec{v} \cdot \vec{e}_2 = |\vec{v}| \cdot |\vec{e}_2| \cdot \cos \theta$$

$$1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + \sqrt{11} \cdot 0 = \sqrt{1^2 + 2^2 + (\sqrt{11})^2} \cdot 1 \cdot \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

Buna göre,  $\vec{v}$  vektörü ve y eksenini arasındaki açının ölçüsü  $60^\circ$  dir.

1.  $\vec{v} = (-2, 3, \sqrt{3})$

vektörü ile x eksenini arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 120 E) 150

2.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 20\sqrt{2}$

$$|\vec{A}| = 5$$

$\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörleri arasındaki açının ölçüsü  $45^\circ$  olduğuna göre, B vektörünün normu kaç birimdir?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

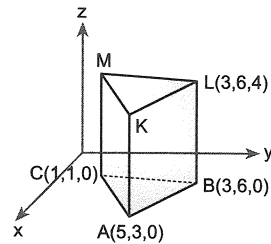
3.  $\vec{A} = 4\vec{e}_1 + \sqrt{5}\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$

$$\vec{B} = 6\vec{e}_1 + 8\vec{e}_3$$

vektörleri arasındaki açının sinüsü kaçtır?

- A)  $\frac{4}{5}$  B)  $\frac{3}{5}$  C)  $\frac{2}{5}$  D)  $\frac{2}{3}$  E)  $\frac{1}{3}$

4.



Şekildeki ABCKLM üçgen dik prizmadır.

Buna göre,  $\vec{AL}$  ile  $\vec{BM}$  vektörleri arasındaki açının kosinüsü kaçtır?

- A)  $\frac{\sqrt{145}}{83}$  B)  $\frac{\sqrt{145}}{85}$  C)  $\frac{\sqrt{145}}{87}$   
D)  $\frac{\sqrt{140}}{85}$  E)  $\frac{\sqrt{140}}{87}$

## köşetaşı

$\vec{A} = 2\vec{e}_1 + k\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$  vektörü  $\vec{B} = -3\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$  vektörüne dik olduğuna göre, k kaçtır?

## açıklamalı çözüm

$\vec{A}$  vektörü  $\vec{B}$  vektörüne dik olsun.

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos 90^\circ$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \text{ dir.}$$

Buna göre, A ve B vektörleri birbirine dik ise iç çarpımı sıfırdır.

Köşetaşının çözümü:

$$\vec{A} = [2, k, 3]$$

$$\vec{B} = [-3, 2, -2]$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos 90^\circ$$

$$2 \cdot (-3) + k \cdot 2 + 3 \cdot (-2) = 0$$

$$2k = 12$$

$$k = 6 \text{ dir.}$$

1.  $\vec{A} = [4, -1, 2]$

$$\vec{B} = [-1, -2, x]$$

vektörleri veriliyor.

$\vec{A}$  vektörü  $\vec{B}$  vektörüne dik olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

3.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  vektörleri ikiye ikiye birbirine dik olan vektörlerdir.

$$|\vec{a}| = 1 \text{ birim}$$

$$|\vec{b}| = 2 \text{ birim}$$

$$|\vec{c}| = 3 \text{ birim}$$

olduğuna göre,  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  vektörünün normu kaç birimdir?

- A)  $2\sqrt{3}$       B)  $\sqrt{14}$       C)  $\sqrt{15}$       D) 4      E)  $3\sqrt{2}$

2.  $\vec{A} = 3\vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3$

$$\vec{B} = -4\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$$

vektörleri veriliyor.

$\vec{A}$  vektörü ile  $\vec{B}$  vektörleri arasındaki açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30      B) 45      C) 60      D) 90      E) 120

karekük

4.  $|\vec{a}| = 2 \text{ birim}$

$$|\vec{b}| = 4 \text{ birim}$$

$$\vec{a} \perp \vec{c}$$

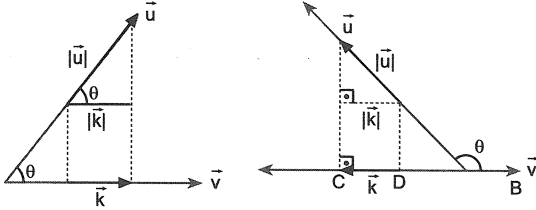
$\vec{a}$  ve  $\vec{b}$  vektörleri arasındaki açının ölçüsü  $120^\circ$  olduğuna göre,  $\vec{a} \cdot (\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$  iç çarpımı kaçtır?

- A) -4      B) -2      C) 2      D) 4      E) 8

## köşetaşı

$\vec{u} = (-1, 1, 2)$  vektörünün  $\vec{v} = (3, 4, -1)$  vektörü doğrultusundaki dik izdüşüm vektörünü bulunuz.

## açıklamalı çözüm



$\vec{u}$  vektörünün  $\vec{v}$  vektörü doğrultusundaki dik izdüşüm vektörü  $\vec{k}$  olsun.  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörleri arasındaki açının ölçüsü  $\theta$  olsun.

$$|\vec{k}| = \begin{cases} \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}, & 0 < \theta < 90^\circ \text{ ise} \\ -\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}, & 90 < \theta < 180^\circ \text{ ise} \end{cases} \quad \vec{k} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v}$$

Köşetaşının çözümü:

$\vec{u}$  vektörünün  $\vec{v}$  vektörü doğrultusundaki dik izdüşüm vektörü  $\vec{k}$  olsun.

$$|\vec{k}| = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{-1 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot (-1)}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-1)^2}} \cdot (3, 4, -1) \\ = \frac{-1}{26} \cdot (3, 4, -1) = \left(-\frac{3}{26}, -\frac{4}{26}, \frac{1}{26}\right)$$

## İSPATLAYALIM

$0 < \theta < 90^\circ$  ve  $\vec{u}$  vektörünün  $\vec{v}$  vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü  $\vec{k}$  vektörü olsun.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \\ \cos \theta = \frac{|\vec{k}|}{|\vec{u}|} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Rightarrow |\vec{k}| = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}$$

$\theta < 90^\circ$  olduğundan  $\vec{k}$  izdüşüm vektörü ile  $\vec{v}$  vektörü aynı yönlüdür.

$\vec{v}$  vektörü yönündeki birim vektör  $\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$  olduğundan

$$\vec{k} = |\vec{k}| \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v} \text{ bulunur.}$$

$\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörleri arasındaki açı  $90^\circ < \theta < 180^\circ$  ise  $\theta$  geniş

açı olduğundan  $|\vec{k}| = -\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|}$  ve  $\vec{k}$  vektörü yönündeki birim vektör  $-\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$  dir.

Buna göre, yine  $\vec{k} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v}$  bulunur.

1.  $\vec{u} = [1, 6, 3]$  vektörünün  $\vec{v} = [2, -1, 1]$  vektörü doğrultusundaki dik izdüşüm vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

A)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$  B)  $\sqrt{3}$  C)  $\sqrt{2}$  D)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  E)  $\frac{\sqrt{30}}{6}$

2.  $\vec{A} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$  vektörünün  $\vec{B} = \vec{j} + 7\vec{k}$  vektörü doğrultusundaki dik izdüşüm vektörünün normu kaç birimdir?

A)  $\frac{5\sqrt{2}}{23}$  B)  $\frac{23\sqrt{2}}{10}$  C)  $\frac{\sqrt{23}}{5}$

D)  $\frac{23}{5}$  E)  $\frac{5}{23}$

3.  $\vec{u} = [2, 3, -1]$  vektörünün  $\vec{v} = [3, 4, 1]$  vektörü doğrultusundaki dik izdüşüm vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left[\frac{51}{26}, \frac{34}{13}, -\frac{17}{26}\right]$  B)  $\left[\frac{51}{26}, -\frac{34}{13}, \frac{17}{26}\right]$

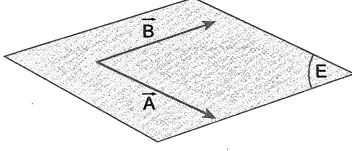
C)  $\left[\frac{51}{26}, -\frac{34}{13}, -\frac{17}{26}\right]$  D)  $\left[-\frac{51}{26}, -\frac{34}{13}, \frac{17}{26}\right]$

E)  $\left[\frac{51}{26}, \frac{34}{13}, \frac{17}{26}\right]$

4.  $\vec{A} = 3\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3$  vektörünün  $\vec{e}_2$  vektörü doğrultusundaki dik izdüşüm vektörünün boyu kaç birimdir?

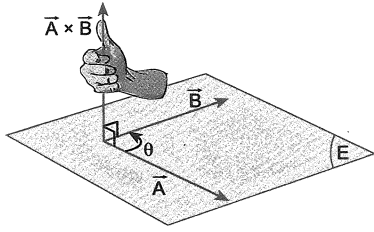
A) 3 B) 4 C)  $4\sqrt{2}$  D) 5 E)  $6\sqrt{3}$

## köşetaşı



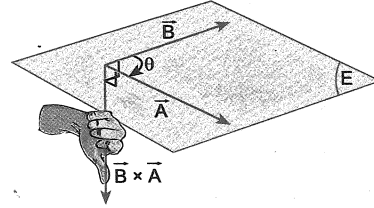
Sıfırdan farklı  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörleri E düzlemi üzerindedir.  
 $\vec{A} \times \vec{B}$  ve  $\vec{B} \times \vec{A}$  vektörlerinin yönünü gösteriniz.

## açıklamalı çözüm

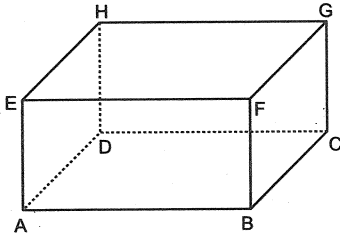
 $\vec{A} \times \vec{B}$  Vektörünün Yönü (Vektörel Çarpım)

Sıfırdan farklı olan  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörleri birbirine paralel değilse bir düzlem belirtir. Yandaki şekilde  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  nin belirttiği düzlem E dir.

$\vec{A} \times \vec{B}$  çarpımının belirttiği vektör her zaman E düzlemine diktir. Pekala, E düzlemine diktir de yönü aşağı doğru mudur? Yukarı doğru mudur? SAĞ EL KURALI ile bunu anlayabiliriz: Sağ elimizin dört parmağı A vektöründen  $\vec{B}$  vektörüne doğruyken baş parmağımızın yönü  $\vec{A} \times \vec{B}$  nin yönünü gösterir.



$$\vec{A} \times \vec{B} = -(\vec{B} \times \vec{A})$$



1. - 4. soruları yukarıdaki dikdörtgenler prizmasına göre yanıtlayınız.

1.  $\vec{AB} \times \vec{AD}$

çarpımının belirttiği vektör aşağıdaki vektörlerden hangisi ile aynı yönlüdür?

- A)  $\vec{EA}$  B)  $\vec{AE}$  C)  $\vec{DC}$  D)  $\vec{FG}$  E)  $\vec{GH}$

2.  $\vec{FG} \times \vec{FB}$

vektörünün yönü aşağıdakilerden hangisinin yönüyle aynıdır?

- A)  $\vec{FE}$  B)  $\vec{HG}$  C)  $\vec{GC}$  D)  $\vec{CG}$  E)  $\vec{EH}$

3.  $\vec{FE} \times \vec{FB}$

vektörü aşağıdaki vektörlerden hangisi ile aynı yönlüdür?

- A)  $\vec{FG}$  B)  $\vec{DC}$  C)  $\vec{HE}$  D)  $\vec{BA}$  E)  $\vec{DH}$

4.  $\vec{AC} \times \vec{CB}$

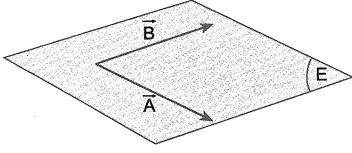
çarpımının belirttiği vektör aşağıdaki vektörlerden hangisi ile aynı yönlüdür?

- A)  $\vec{BD}$  B)  $\vec{GH}$  C)  $\vec{AD}$  D)  $\vec{HD}$  E)  $\vec{CG}$

kareköt



## köşetaşı

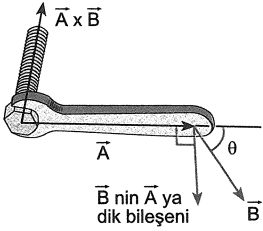


Büyüklikleri sırasıyla 4 birim ve 6 birim olan  $\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerinin arasındaki açı  $30^\circ$  dir.

Buna göre,  $\vec{A} \times \vec{B}$  vektörünün büyüklüğü kaç birimdir?

## açıklamalı çözüm

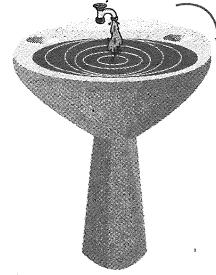
$\vec{A} \times \vec{B}$  nin Büyüklüğü (Normu):



Bir civatayı sıkarken kullandığınız anahtarın kolu  $\vec{A}$ , kolun ucundan uyguladığımız kuvvet  $\vec{B}$  olsun. Civatanın dönmesini etkileyen moment,  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  büyüklüğüne eşittir.

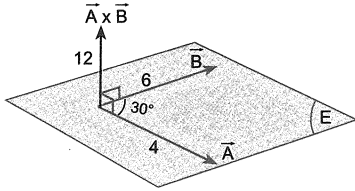
$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin\theta$$

( $\theta$ :  $\vec{A}$  ile  $\vec{B}$  arasındaki açıdır.) Civatanın ilerlediği yön (duvara giriyor ya da çıkıyor)  $\vec{A} \times \vec{B}$  nin yönüdür.



Kuzey Yarım Küre'de lavobodaki su sağ el kuralına göre akıp gider. Suyun lavobo deliğinden dönerek gittiğini fark etmişsinizdir. Dört parmağımızı dönme yönünde tutarsak baş parmağımız aşağıyı gösterecektir. Civatalar da sağ el kuralına göre çalışır.

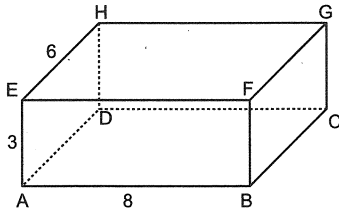
Köşetaşının çözümü:



İstenen  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  dir.

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin\alpha$$

$$= 4 \cdot 6 \cdot \sin 30^\circ = 4 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = 12$$



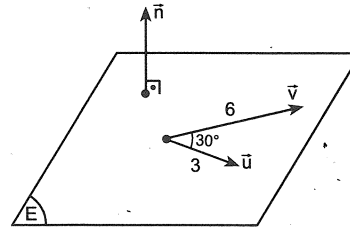
1. ve 2. soruları yukarıda verilen dikdörtgenler prizmasına göre yanıtlayınız.

1.  $\vec{BA} \times \vec{BF}$  çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $3 \cdot \vec{CD}$       B)  $2 \cdot \vec{AD}$       C)  $4 \cdot \vec{BC}$   
D)  $-4 \cdot \vec{BC}$       E)  $-2 \cdot \vec{AD}$

2.  $\vec{EH} \times \vec{EF}$  çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\vec{AE}$       B)  $-6 \cdot \vec{AB}$       C)  $6 \cdot \vec{AB}$   
D)  $-16 \cdot \vec{EA}$       E)  $16 \cdot \vec{EA}$



E düzleminde bulunan  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  vektörlerinin normları sırasıyla 3 ve 6 birimdir.  $\vec{u}$  ve  $\vec{v}$  nin arasındaki açı  $30^\circ$  dir.

3. ve 4. soruları yukarıda verilenlere göre yanıtlayınız.

3.  $|\vec{u} \times \vec{v}|$  değeri kaçtır?

- A) 6      B) 8      C) 9      D) 12      E) 18

4. E düzleminde dik olan birim vektör  $\vec{n}$  olduğuna göre,  $\vec{v} \times \vec{u}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-9\vec{n}$       B)  $-3\vec{n}$       C)  $-\vec{n}$   
D)  $3\vec{n}$       E)  $9\vec{n}$

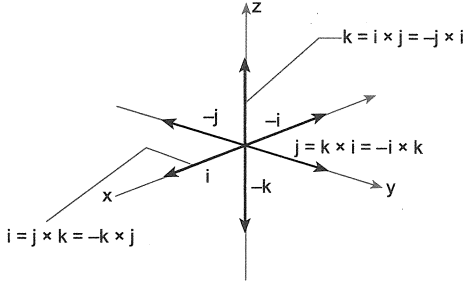
## köşetaşı

$\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  ve  $\vec{k}$  birim vektörler olmak üzere

$$(\vec{j} \times \vec{k}) \times (\vec{i} \times \vec{j})$$

çarpımının sonucunu bulunuz.

## açıklamalı çözüm



$i$ ,  $j$  ve  $k$  vektörleri birbirine diktir.  $\sin 90^\circ = 1$  ve birim vektörlerin uzunlukları 1 birim olduğundan birbirleriyle çarpıldıklarında uzunlukları 1 birim olan vektörler elde edilir. Sağ el kuralıyla yönleri de belirlenerek aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$i \times j = -(j \times i) = k$$

$$j \times k = -(k \times j) = i$$

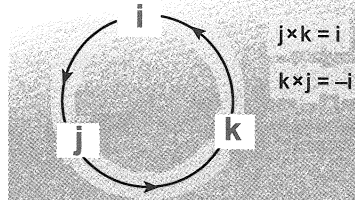
$$k \times i = -(i \times k) = j$$

$\sin 0^\circ = 0$  olduğundan  $i \times i = j \times j = k \times k = \vec{0}$  dir.

**Köşetaşının çözümü:**

$$\underbrace{(\vec{j} \times \vec{k})}_i \cdot \underbrace{(\vec{i} \times \vec{j})}_k = i \times k = -j$$

## KOLAYLIK SAĞLIYOR



çarpımları pozitif yönde ise sonrakine eşit, negatif yönde ise sonrakinin negatifine eşittir.

$$\text{Not: } \vec{0} \times \vec{u} = \vec{u} \times \vec{0} = \vec{0}$$

1.  $(i \times k) \times (k \times k)$

vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $i$       B)  $j$       C)  $k$       D)  $-i$       E)  $\vec{0}$

3.  $(-i \times j) \times (j \times (-k))$

vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $i$       B)  $j$       C)  $k$       D)  $-i$       E)  $-j$

2.  $(k \times j) + (i \times i) + (j \times k)$

vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-k$       B)  $-j$       C)  $0$       D)  $i$       E)  $k$

4.  $(i \times (-i)) + (-j \times j)$

vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $i$       B)  $j$       C)  $k$       D)  $\vec{0}$       E)  $-i$

## köşetaşı

$$\vec{A} = 2i + 3j$$

$$\vec{B} = i - 2j + 3k$$

olduğuna göre,  $\vec{A} \times \vec{B}$  yi bulunuz.

## açıklamalı çözüm

## Vektörel Çarpımın Özellikleri

1.  $x$  ve  $y$  reel sayılar olmak üzere,

$$x \vec{A} \times y \vec{B} = (xy)(\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\text{Örnek: } 3i \times 5j = (3 \times 5)(i \times j) = 15k$$

2.  $\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) + (\vec{A} \times \vec{C})$

$$(\vec{B} + \vec{C}) \times \vec{A} = (\vec{B} \times \vec{A}) + (\vec{C} \times \vec{A})$$

$$\text{Örnek: } 2i \times (3j + 2k) = (2i \times 3j) + (2i \times 2k)$$

$$= (2 \cdot 3)(i \times j) + (2 \cdot 2)(i \times k)$$

$$= 6k + 4(-j)$$

$$= 6k - 4j$$

3.  $(-\vec{A}) \times \vec{B} = \vec{A} \times (-\vec{B}) = -(\vec{A} \times \vec{B})$

## Köşetaşının çözümü:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (2i + 3j) \times (i - 2j + 3k)$$

$$= 2(i \times i) - 4(i \times j) + 6(i \times k) + 3(j \times i) - 6(j \times j) + 9(j \times k)$$

$$= 2 \cdot 0 - 4\vec{k} + 6(-j) + 3(-k) - 6 \cdot 0 + 9i$$

$$= 9i - 6j - 7k$$

1.  $i \times (2i + j - 3k)$

vektörü aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A)  $-3i + j$

B)  $3j - i$

C)  $3j + k$

D)  $-2i + 2k$

E)  $j + 3k$

3.  $(i + j - k) \times (2i - j + 3k)$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $2i + 4j + k$

B)  $-4i - 5j - 3k$

C)  $4i - 2j + 2k$

D)  $3i - 4j + k$

E)  $2i - 5j - 3k$

2.  $(i - 2j) \times (3i + j - 2k)$

çarpımının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $4i + 2j + 7k$

B)  $2i - j + 3k$

C)  $i - 2j + 3k$

D)  $2i - 2j + 3k$

E)  $i + 3j + 4k$

4.  $\vec{u} = 2i - j$

$$\vec{v} = j - 2k$$

olduğuna göre,  $|\vec{u} \times \vec{v}|$  değeri kaçtır?

A)  $\sqrt{6}$

B)  $2\sqrt{6}$

C)  $3\sqrt{2}$

D)  $3\sqrt{3}$

E) 12

**köşetaşı**

$$A = i + 2j - k$$

$$B = 2i - j + 3k$$

olduğuna göre,  $A \times B$  yi bulunuz.

**açıklamalı çözüm**

Determinantla  $\vec{A} \times \vec{B}$  yi Bulma

$A = a_1i + a_2j + a_3k$  ve  $B = b_1i + b_2j + b_3k$  olsun.

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

Köşetaşının çözümü:

$A = i + 2j - k$  ve  $B = 2i - j + 3k$

$$A \times B = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = i \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - j \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + k \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= i \cdot [2 \cdot 3 - (-1)(-1)] - j \cdot [1 \cdot 3 - 2 \cdot (-1)] + k[1 \cdot (-1) - 2 \cdot 2]$$

$$= 5i - 5j - 5k$$

Determinantı Sarrus yöntemiyle şöyle hesaplarız:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = (6i - k - 2j) - (4k + i + 3j) = 6i - k - 2j - 4k - i - 3j = 5i - 5j - 5k$$

1.  $\vec{A} = 3i - j + k$

$$\vec{B} = 2i + j - k$$

olduğuna göre,  $\vec{A} \times \vec{B}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $2i - 3j$       B)  $3i + 6k$       C)  $3j - k$   
D)  $5j + 5k$       E)  $2i - 3j + k$

2.  $\vec{u} = 2e_1 + e_2 - 2e_3$

$$\vec{v} = -e_1 + 2e_2 + e_3$$

olduğuna göre,  $\vec{u} \times \vec{v}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $6e_2 - e_3$       B)  $2e_1 - 7e_2$       C)  $5e_1 + 5e_3$   
D)  $6e_2 + 3e_3$       E)  $5e_2 - 5e_3$

3.  $\vec{u} = i + 2j + 3k$

$$\vec{v} = 2i - j$$

olduğuna göre,  $\vec{v} \times \vec{u}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $i - 12j$       B)  $3j + 2k$       C)  $2i - 5k$   
D)  $-2i - 5j + 6k$       E)  $-3i - 6j + 5k$

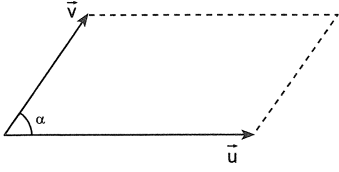
4.  $\vec{x} = e_1 - 2e_2 + 3e_3$

$$\vec{y} = 3e_1 - e_2 + e_3$$

olduğuna göre,  $|\vec{x} \times \vec{y}|^2$  kaçtır?

- A) 60      B) 70      C) 80      D) 90      E) 100

## köşetaşı



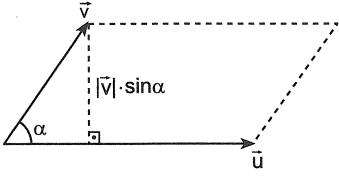
$$\vec{u} = 3i + 2j$$

$$\vec{v} = -i + j$$

olduğuna göre, paralelkenarın alanı kaç birimdir?

## açıklamalı çözüm

$|\vec{u} \times \vec{v}|$  Paralelkenarın Alanıdır



$$\text{Paralelkenarın alanı} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin \alpha$$

$$= |\vec{u} \times \vec{v}|$$

Köşetaşının çözümü:

$$\vec{u} \times \vec{v} = (3i + 2j) \times (-i + j)$$

$$= -3(i \times i) + 3(i \times j) - 2(j \times i) + 2(j \times j)$$

$$= 3k + 2k$$

$$= 5k$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{25} = 5$$

Paralelkenarın alanı da 5 birim karedir.

- İki kenarı  $\vec{A} = 2i - 3j$  ve  $\vec{B} = 4i + j$  konum vektörlerinden oluşan paralelkenarın alanı kaç birim karedir?  
A) 6      B) 8      C) 10      D) 12      E) 14
- Köşeleri  $A(-4, 5)$ ,  $B(-6, 0)$ ,  $C(1, -4)$ ,  $D(3, 1)$  noktaları olan paralelkenarın alanı kaç birim karedir?  
A)  $2\sqrt{10}$       B)  $\sqrt{43}$       C)  $3\sqrt{5}$   
D)  $\sqrt{47}$       E) 7

karekök

- Köşeleri  $A(2, 1, -1)$ ,  $B(-1, 1, 2)$ ,  $C(1, -1, 0)$  noktaları olan üçgenin alanı kaç birim karedir?  
A) 4      B) 2      C) 2,5      D) 3      E) 3,5
- $\vec{AB} \times \vec{AC} = 2i - j - 2k$  olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?  
A) 1,5      B) 2      C) 2,5      D) 3      E) 3,5

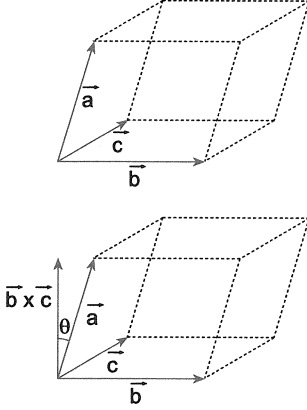
## köşetaşı

$$\vec{a} = (2, -1, 0), \vec{b} = (3, 1, 2), \vec{c} = (-2, 1, 1)$$

vektörleri üzerine kurulu paralelyüzlünün hacmi kaç birim küptür?

## açıklamalı çözüm

$\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  ve  $\vec{c}$  Vektörleri Üzerine Kurulu Paralelyüzlünün Hacmi



Paralelyüzlünün yüksekliği =  $|\vec{a}| \cdot \cos\theta$

$\theta$ :  $\vec{b} \times \vec{c}$  ile  $\vec{a}$  vektörü arasındaki açının ölçüsüdür.

Paralelyüzlünün taban alanı =  $|\vec{b} \times \vec{c}|$

Paralelyüzlünün hacmi = taban alanı · yükseklik

$$= |\vec{b} \times \vec{c}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos\theta$$

$$= |(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}|$$

Not:  $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ ,  $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ ,  $\vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$  olsun.

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

determinantının mutlak değeri paralelyüzlünün hacmi olan  $|(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}|$  ifadesine eşittir.

Köşetaşının çözümü:

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (2 + 0 + 4) - (0 + 4 - 3) = 6 - 1 = 5$$

İkinci Yol:  $\vec{a} \times \vec{c} = (3, 1, 2) \times (-2, 1, 1)$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (i + 3k - 4j) - (-2k + 2i + 3j) = -i - 7j + 5k$$

$$|(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a}| = |(-i - 7j + 5k) \cdot (2i - j)|$$

$$= |-2 + 7 + 0| = |5| = 5$$

1.  $\vec{a} = (2, 1, 2)$   
 $\vec{b} = (-2, 0, 2)$   
 $\vec{c} = (1, 2, 2)$

vektörleri üzerine kurulu paralelyüzlünün hacmi kaç birim küptür?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

2.  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  vektörleri üzerine kurulu paralelyüzlünün hacmi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $|\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c}|$       B)  $|\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}|$       C)  $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$   
D)  $|\vec{a} \times (\vec{b} \cdot \vec{c})|$       E)  $|\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c})|$

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $A(-1, 2, 6)$  noktasının apsisi  $-1$ , ordinatı  $2$ , kodu  $6$  dir.  
 B)  $A(0, -1, 0)$  noktası  $y$  eksenı üzerindedir.  
 C)  $A(-3, 0, 2)$  noktası  $xOz$  düzleminindedir.  
 D)  $A(-1, 1, 4)$  noktası  $xOy$  düzleminindedir.  
 E)  $A(0, 0, -4)$  noktası  $z$  eksenı üzerindedir.

2.  $A(-1, 3, 2\sqrt{3})$

$B(2, 1, 0)$

noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

3. Merkezi  $M(-1, 4, 5)$  ve  $xOz$  düzlemine teğet olan kürenin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 5)^2 = 16$   
 B)  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 5)^2 = 25$   
 C)  $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 + (z - 5)^2 = 16$   
 D)  $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 + (z + 5)^2 = 25$   
 E)  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + (z - 5)^2 = 16$

4.  $(2a + 1)x^2 + (a + 2)y^2 + (b - 1)z^2 + 6ax + 3by - 93 = 0$

denklemi küre belirttiğine göre, merkezi ve yarıçapı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Merkezi  $M(1, 2, 0)$ , yarıçapı  $r = 6$  birim  
 B) Merkezi  $M(1, 0, 2)$ , yarıçapı  $r = 6$  birim  
 C) Merkezi  $M(-1, -2, 0)$ , yarıçapı  $r = 6$  birim  
 D) Merkezi  $M(-1, 0, -2)$ , yarıçapı  $r = 6$  birim  
 E) Merkezi  $M(-1, -2, -3)$ , yarıçapı  $r = 6$  birim

5.  $\vec{A} = [3, -1, 2]$

$\vec{B} = [1, 0, -1]$

$\vec{C} = [0, 2, 3]$

olduğuna göre,  $\vec{A} + \vec{BC}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[2, 1, 2]$  B)  $[2, 2, 1]$  C)  $[2, 2, 6]$   
 D)  $[2, 1, 4]$  E)  $[2, 1, 6]$

6.  $\vec{A} = [-1, 1, 2]$

$\vec{B} = [1, 2, -1]$

olduğuna göre,  $\vec{AB}$  vektörü ile aynı yönlü birim vektör aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{3}{\sqrt{14}} \right]$

B)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{1}{\sqrt{14}}, -\frac{3}{\sqrt{14}} \right]$

C)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}} \right]$

D)  $\left[ \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{3}{\sqrt{14}} \right]$

E)  $\left[ \frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{2}{\sqrt{14}} \right]$

7.  $\vec{A} = [x + 1, 4, -2]$

$\vec{B} = [3, 2, y + 2]$

vektörleri paralel olduğuna göre,  $x \cdot y$  çarpımı kaçtır?

- A)  $-18$  B)  $-15$  C)  $-12$  D)  $-9$  E)  $-5$

8.  $\vec{A} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_3$   
 $\vec{B} = \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$   
 $\vec{C} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$

vektörleri veriliyor.

$\vec{v} = \vec{AB} + 2\vec{C}$  olduğuna göre,  $\vec{v}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3$                       B)  $3\vec{e}_1 + 7\vec{e}_3$   
 C)  $3\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3$                               D)  $3\vec{e}_2 + 9\vec{e}_3$   
 E)  $\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$

9.  $\vec{A} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$   
 $\vec{B} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$   
 $\vec{C} = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + x\vec{e}_3$

vektörleri,  $\mathbb{R}^3$  ü gerdiğine (örttüğüne) göre, x aşağıdaki değerlerden hangisi olamaz?

- A) -2      B) -3      C) -4      D) -5      E) -6

10.  $\vec{A} = [2, 0, -1]$   
 $\vec{B} = [1, -1, 3]$   
 $\vec{C} = [3, 4, -1]$

vektörleri veriliyor.

$\vec{AB} \cdot \vec{C}$  iç çarpımı kaçtır?

- A) 12      B) 11      C) 3      D) -11      E) -12

11.  $\vec{A} = [2, \sqrt{11}, 1]$

vektörü ile x eksenindeki açının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 15      B) 30      C) 45      D) 60      E) 90

12.  $\vec{A} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$   
 $\vec{B} = \vec{e}_2 - 3\vec{e}_3$   
 $\vec{C} = x\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$

vektörleri veriliyor.

$\vec{AB}$  vektörü  $\vec{C}$  vektörüne dik olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -1      B) -2      C) -3      D) -4      E) -5

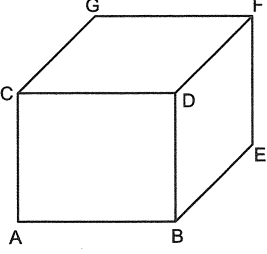
13.  $\vec{u} = [1, -2, 1]$  vektörünün  $\vec{v} = [2, 2, 3]$  vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left[\frac{6}{17}, \frac{-6}{17}, \frac{-9}{17}\right]$                       B)  $\left[\frac{2}{17}, \frac{2}{17}, \frac{3}{17}\right]$

C)  $\left[\frac{-3}{17}, \frac{-3}{17}, \frac{6}{17}\right]$                       D)  $\left[\frac{6}{17}, \frac{6}{17}, \frac{9}{17}\right]$

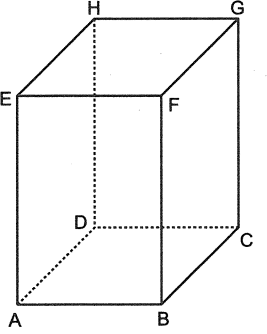
E)  $\left[\frac{-6}{17}, \frac{-6}{17}, \frac{-9}{17}\right]$



14.  Yandaki şekil bir küptür.

$\vec{AB} \times \vec{AC}$  çarpımının sonucunda elde edilen vektörün yönü, aşağıdaki vektörlerden hangisinin yönüyle aynıdır?

- A)  $\vec{BE}$  B)  $\vec{FD}$  C)  $\vec{BD}$  D)  $\vec{FE}$  E)  $\vec{GF}$

15.  Yanda yan ayrıntının uzunluğu taban ayrıntının uzunluğunun 2 katı olan bir kare prizma verilmiştir.

$|AB| = 2$  birim olduğuna göre,  $\vec{BC} \times \vec{BF}$  aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $\vec{DC}$  B)  $\vec{AE}$  C)  $4\vec{BA}$  D)  $2\vec{EA}$  E)  $\frac{\vec{CG}}{2}$

16.  $i, j, k$  standart birim vektörlerdir.

$$(i \times k) \times (k \times j)$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $-k$  B)  $-j$  C)  $-i$  D)  $j$  E)  $k$

17.  $\vec{A} = i + j$

$$\vec{B} = i - j + 2k$$

olduğuna göre,  $\vec{A} \times \vec{B}$  vektörel çarpımı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A)  $i + 4j$  B)  $2j - k$  C)  $2i + 3k$   
D)  $2i - 2j - 2k$  E)  $3i - j + 2k$

18. 
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

olduğuna göre,

- I.  $\vec{A} = i + 2j + 3k$   
II.  $\vec{B} = 2i$   
III.  $\vec{A} \times \vec{B} = 2i - 4j + 2k$

eşitliklerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III  
D) II ve III E) I, II ve III

19. A(1, -1, 1)  
B(2, 1, 3)

olduğuna göre, AOB üçgeninin alanı kaç birim karedir?

- A)  $\frac{\sqrt{26}}{2}$  B)  $\frac{\sqrt{33}}{2}$  C)  $\frac{\sqrt{35}}{2}$  D)  $\sqrt{10}$  E)  $\frac{\sqrt{41}}{2}$

20.  $\vec{a} = (2, 1, 3)$

$$\vec{b} = (-1, 4, 0)$$

$$\vec{c} = (0, 2, -3)$$

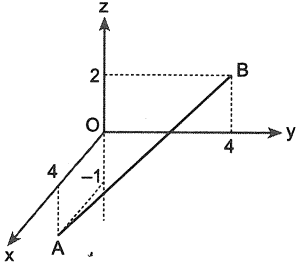
vektörleri üzerine kurulu paralelyüzünün hacmi kaç birim küptür?

- A) 30 B) 33 C) 36 D) 39 E) 42

1. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $A(-1, 0, 0)$  noktası  $x$  eksenindedir.  
 B)  $B(2, -1, 4)$  noktasının kodu 4 tür.  
 C)  $C(2, 0, 5)$  noktası  $xOz$  düzleminindedir.  
 D)  $D(0, 2, 3)$  noktası  $z$  ekseninde değildir.  
 E)  $E(0, -2, 1)$  noktası  $y$  eksenindedir.

2.



Grafikteki A noktası  $xOz$  düzleminde, B noktası  $yOz$  düzleminindedir.

Buna göre, A ve B noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A)  $\sqrt{34}$  B)  $\sqrt{35}$  C) 6 D)  $2\sqrt{10}$  E)  $\sqrt{41}$

3.

- $A(-4, 5, -1)$   
 $B(-2, 1, 3)$

olduğuna göre,  $[AB]$  çaplı kürenin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 16$   
 B)  $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 12$   
 C)  $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$   
 D)  $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 6$   
 E)  $(x+3)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 4$

4. Merkezi  $M(-2, 0, 1)$  ve  $P(1, 1, -1)$  noktasından geçen kürenin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 12$   
 B)  $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 14$   
 C)  $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 16$   
 D)  $(x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 14$   
 E)  $(x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$

5.

$$x^2 + y^2 + (a-1)z^2 + ax - 4y + 6z + k = 0$$

denklemini yarıçapı 6 birim olan bir küre olduğuna göre,  $k$  kaçtır?

- A) -22 B) -20 C) -18 D) -16 E) -14

6.

$$\vec{A} = [-1, 0, 2]$$

$$\vec{B} = [1, 4, -1]$$

olduğuna göre,  $\vec{A} + 2\vec{B}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[3, 8, -1]$  B)  $[3, 8, -2]$  C)  $[3, 8, -4]$   
 D)  $[3, 8, -6]$  E)  $[3, 8, -8]$

7.

$$\vec{A} = [1, -2, 4]$$

$$\vec{B} = [0, 1, -1]$$

$$\vec{C} = [1, -1, -2]$$

$\vec{AB} = \vec{CD}$  olduğuna göre,  $\vec{D}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[-2, 4, 1]$  B)  $[-2, 4, -1]$  C)  $[-2, 4, -3]$   
 D)  $[0, 2, -6]$  E)  $[0, 2, -7]$

8.

$$\vec{A} = [1, -1, 6]$$

$$\vec{B} = [-3, 2, x]$$

vektörleri veriliyor.

$\vec{AB}$  vektörünün normu (boyu) 13 birim olduğuna göre,  $x$  kaç olabilir?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

9.  $\vec{A} = [-2, 1, 3]$   
 $\vec{B} = [0, -1, 0]$   
 olduğuna göre,  $\vec{AB}$  vektörü ile aynı yönlü birim vektör aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left[ \frac{-2}{\sqrt{17}}, \frac{2}{\sqrt{17}}, \frac{3}{\sqrt{17}} \right]$  B)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{17}}, \frac{-2}{\sqrt{17}}, \frac{-3}{\sqrt{17}} \right]$   
 C)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{17}}, \frac{2}{\sqrt{17}}, \frac{-3}{\sqrt{17}} \right]$  D)  $\left[ \frac{2}{\sqrt{17}}, \frac{2}{\sqrt{17}}, \frac{3}{\sqrt{17}} \right]$   
 E)  $\left[ \frac{-2}{\sqrt{17}}, \frac{-2}{\sqrt{17}}, \frac{3}{\sqrt{17}} \right]$

10.  $\vec{A} = [-2, a + 1, b - 2]$   
 $\vec{B} = [3, -6, 12]$   
 vektörleri paralel olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?  
 A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

11.  $\vec{A} = \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$   
 $\vec{B} = 2\vec{e}_1 + x\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$   
 $\vec{C} = \vec{e}_1 - 4\vec{e}_3$   
 vektörleri  $x$  in hangi değeri için doğrusal (lineer) bağımlıdır?  
 A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

12.  $\vec{A} = [2, -1, 4]$   
 $\vec{B} = [1, 3, -2]$   
 $\vec{C} = [x, -1, 1]$   
 $\vec{AB} \cdot \vec{C} = 5$   
 olduğuna göre,  $x$  kaçtır?  
 A) -8 B) -10 C) -12 D) -15 E) -18

13.  $\vec{A} = [3, -1, 2]$   
 $\vec{B} = [2, 2, 1]$   
 $\vec{C} = [1, 4, x]$   
 $\vec{AB} \perp \vec{C}$   
 olduğuna göre,  $x$  kaçtır?  
 A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

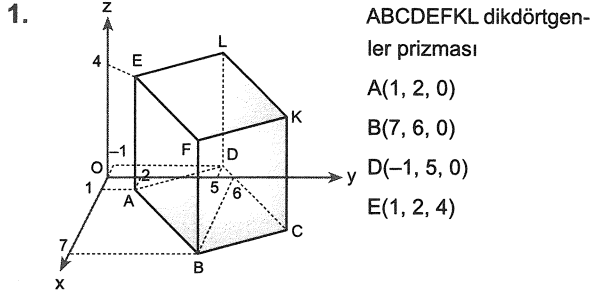
14.  $|\vec{a}| = 6$  birim  
 $|\vec{b}| = 4$  birim  
 $|\vec{c}| = 1$  birim  
 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  vektörlerinin ikişer ikişer aralarındaki açı  $60^\circ$  dir.  
 Buna göre,  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  vektörünün normu kaç birimdir?  
 A)  $4\sqrt{3}$  B)  $4\sqrt{5}$  C)  $\sqrt{85}$  D)  $\sqrt{87}$  E)  $\sqrt{94}$

15.  $|\vec{a}| = 4$  birim  
 $|\vec{b}| = 6$  birim  
 $\vec{a} + \vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \sqrt{6}\vec{e}_3$   
 olduğuna göre,  $\vec{a}$  ve  $\vec{b}$  vektörlerinin iç (skaler) çarpımı kaçtır?  
 A) -26 B) -24 C) -22 D) -20 E) -18

16.  $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$   
 $\vec{b} = 2\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$   
 vektörleri veriliyor.  
 $\vec{a}$  vektörünün  $\vec{b}$  vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü aşağıdakilerden hangisidir?  
 A)  $\left( \frac{4}{17}, \frac{-6}{17}, \frac{4}{17} \right)$  B)  $\left( \frac{4}{17}, \frac{6}{17}, \frac{-4}{17} \right)$   
 C)  $\left( \frac{4}{17}, \frac{6}{17}, \frac{4}{17} \right)$  D)  $\left( \frac{-4}{17}, \frac{-6}{17}, \frac{4}{17} \right)$   
 E)  $\left( \frac{-4}{17}, \frac{6}{17}, \frac{-4}{17} \right)$

# KONU TESTİ - 2

## uzayda vektörler



ABCDEFKL dikdörtgenler prizması  
 A(1, 2, 0)  
 B(7, 6, 0)  
 D(-1, 5, 0)  
 E(1, 2, 4)

olduğuna göre,  $\overline{DE} \cdot \overline{BL}$  iç (skaler) çarpımının değeri kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 6

2. A(-1, 1, 3)  
 B(2, -1, 3 + 2√3)

noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

3. Merkezi orijin olan ve P(-3, 4, 2) noktasından geçen kürenin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$       B)  $x^2 + y^2 + z^2 = 12$   
 C)  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$       D)  $x^2 + y^2 + z^2 = 25$   
 E)  $x^2 + y^2 + z^2 = 29$

4. P(2, -2, 8) noktasından geçen ve koordinat düzlemlerine teğet olan kürenin yarıçapı kaç birimdir?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

5.  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 40$  küresinin yOz düzlemi ile arakesiti olan çemberin yarıçapı kaç birimdir?

- A) 7      B) 6      C) 5      D) 4      E) 3

6.  $(a - 3)x^2 + y^2 + (k + 5)z^2 + ax + kz - 17 = 0$  küresinin yüzey alanı kaç  $\pi$  birimkaredir?

- A) 16      B) 25      C) 64      D) 100      E) 120

7.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6z = 3$

küresinin P(-2, -3, 3) noktasına en yakın ve en uzak noktalarının uzaklıkları toplamı kaçtır?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

8.  $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + (z - 5)^2 = 4$   
 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 7)^2 = 9$

kürelerinin birbirine en yakın iki noktası arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) 1      B) 2      C) 5      D) 8      E) 10

9.  $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$   
 $\vec{k} = 4\vec{e}_1 - 3\vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$

vektörleri veriliyor.

$\vec{a}$  vektörünün  $\vec{k}$  vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\left[ \frac{8}{29}, \frac{-6}{29}, \frac{4}{29} \right]$  B)  $\left[ \frac{8}{29}, \frac{-6}{29}, \frac{-4}{29} \right]$

C)  $\left[ \frac{4}{29}, \frac{-3}{29}, \frac{2}{29} \right]$  D)  $\left[ \frac{4}{29}, \frac{-3}{29}, \frac{-2}{29} \right]$

E)  $\left[ \frac{-4}{29}, \frac{-3}{29}, \frac{2}{29} \right]$

10.  $\vec{a} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$   
 $\vec{k} = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$

vektörleri veriliyor.

$\vec{a}$  vektörünün  $\vec{k}$  vektörü üzerindeki dik izdüşüm vektörünün uzunluğu kaç birimdir?

A)  $\frac{\sqrt{26}}{26}$  B)  $\frac{\sqrt{13}}{13}$  C)  $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

D)  $\frac{3\sqrt{13}}{13}$  E)  $\frac{3\sqrt{26}}{26}$

11.  $\vec{a} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 2\vec{e}_3$   
 $\vec{b} = -2\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3$

vektörleri veriliyor.

$\vec{a}$  ve  $\vec{b}$  vektörleri arasındaki açıyı ortalayan vektör

$$\vec{k} = \vec{e}_1 + x\vec{e}_2 + \vec{e}_3$$

olduğuna göre, x kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

12.  $\vec{a} + \vec{b} = [-2, 1, 5]$   
 $\vec{a} - 2\vec{b} = [-2, 1, 5]$

olduğuna göre,  $\vec{a}$  vektörünün normu kaç birimdir?

A)  $\sqrt{30}$  B)  $2\sqrt{7}$  C)  $\sqrt{26}$  D) 5 E)  $2\sqrt{6}$

13.  $\vec{A} = [2, -1, 3]$   
 $\vec{B} = [3, 2, 1]$

vektörleri arasındaki açı kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 135

14. Köşeleri

A(2, -1, 0)

B(1, -2,  $\sqrt{2}$ )

C(3, -2,  $-\sqrt{2}$ )

olan ABC üçgeninin A açısının ölçüsü kaç derecedir?

A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120

15.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  birbirine dik birim vektörler olmak üzere,  
 $\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$

vektörünün normu kaç birimdir?

A) 4 B)  $\sqrt{14}$  C)  $2\sqrt{3}$  D)  $\sqrt{10}$  E) 3

16.  $|\vec{a}| = 2$  birim

$|\vec{b}| = 4$  birim

$\vec{a} + x\vec{b}$  ve  $\vec{a} - x\vec{b}$  vektörleri dik olduğuna göre, x in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $\frac{1}{4}$  B)  $\frac{1}{3}$  C)  $\frac{1}{2}$  D) 2 E) 4

1.  $\vec{A} = (x, 2, 0)$   
 $\vec{B} = (1, y, 0)$   
 $\vec{C} = (-2, 0, x + y)$

vektörleri doğrusal bağımlı ise  $x$  ile  $y$  arasındaki bağıntı ne olur?

- A)  $(x + y) \cdot (xy + 2) = 0$       B)  $(x - y) \cdot (xy + 2) = 0$   
 C)  $(x + y) \cdot (xy - 2) = 0$       D)  $(x - y) \cdot (xy - 2) = 0$   
 E)  $x^2 - y^2 = 0$

(1975)

2. A, B, C ve D uzayın farklı noktaları ise  
 $\vec{AB} \cdot \vec{BD} + \vec{BC} \cdot \vec{BD} = 0$

önermesi aşağıdakilerden hangisini gerektir?  
 (Not: (.) işlemi, skaler çarpımı (iç çarpımı) göstermektedir.)

- A)  $\vec{AC} \parallel \vec{BD}$       B)  $\vec{AC} \perp \vec{BD}$   
 C)  $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{0} \vee \vec{BD} = \vec{0}$       D)  $\vec{AD} + \vec{BD} = \vec{0}$   
 E)  $\vec{BD} = \vec{0}$

(1977)

3.  $\vec{V}_1 = (0, -3, 1)$   
 $\vec{V}_2 = (1, 2, b)$   
 $\vec{V}_3 = (a, 0, -2)$

vektörleri doğrusal bağımlı ise  $a$  ile  $b$  arasında nasıl bağıntı vardır?

- A)  $-3ab - 2a + 6 = 0$       B)  $-3ab + 2a + 6 = 0$   
 C)  $3ab - 2a + 6 = 0$       D)  $3ab + 2b - 6 = 0$   
 E)  $3ab + 2a + 6 = 0$

(1978)

4.  $R^3$  uzayında herhangi bir  $\vec{a}$  vektörü ile  
 $\vec{b} = (x, y, z), (x + y + z = 1)$   
 $\vec{c} = (m, m, m)$

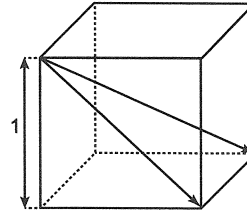
vektörleri veriliyor.

$\vec{b} \perp (\vec{a} - \vec{c})$  olduğuna göre,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  skaler (iç) çarpımının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $m$       B)  $m - 1$       C)  $\frac{m}{2}$       D)  $0$       E)  $2m - 1$

(1979)

5.



Birim küpün bir köşesinden diğer iki köşesine şekildedeki gibi uzanan iki vektörün iç çarpımı kaçtır?

- A)  $2$       B)  $3$       C)  $\frac{5}{2}$       D)  $2\sqrt{2}$       E)  $3\sqrt{3}$

(ÖYS 1993)

6.  $\vec{A} = [4, 6, 1]$   
 $\vec{B} = \left[2, -4, \frac{1}{2}\right]$

$\vec{C} = [3, 2, 1]$  vektörleri veriliyor.

$\vec{A}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerine dik olan ve  $\vec{X} \cdot \vec{C} = -1$  koşulunu sağlayan  $\vec{X}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $[-1, 0, 2]$       B)  $[1, 0, -4]$       C)  $[0, 1, -3]$   
 D)  $[-3, 2, 4]$       E)  $[0, 0, -1]$

(ÖYS 1997)

7.  $\mathbb{R}^3$  te

$$\vec{x} = (1, 1, 1)$$

$$\vec{y} = (4, a - 3, 3)$$

vektörleri veriliyor.

$a \in \mathbb{R}^3$  ve  $\vec{x} \cdot \vec{y} = 9$  olduğuna göre,  $\vec{y} \cdot \vec{y}$  iç (skaler) çarpımını kaçtır?

- A) 10      B) 19      C) 20      D) 29      E) 30

(ÖYS 1998)

8. Uzayda  $A(-2, 3, 1)$  ve  $B(4, 1, 2)$  noktaları ile $\vec{u} = (5, -3, 7)$  vektörü veriliyor.

Buna göre,  $\vec{w} = \vec{AB} - \vec{u}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $\vec{w} = (1, -1, -3)$
- B)
- $\vec{w} = (1, 1, -6)$
- 
- C)
- $\vec{w} = (5, 1, 10)$
- D)
- $\vec{w} = (7, 2, -3)$
- 
- E)
- $\vec{w} = (8, 1, 10)$

(LYS 2010)

9.  $\vec{AB} = (4, -2, 1)$ 

$$\vec{AC} = (1, 5, 2)$$

olduğuna göre,  $\vec{BC}$  vektörü aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $(-3, 7, 1)$
- B)
- $(-1, 7, 1)$
- C)
- $(1, -3, 3)$
- 
- D)
- $(1, 3, 3)$
- E)
- $(7, 3, 3)$

(LYS 2011)

karekötük

